

ΤΑΞΗ: Β' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ: ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ημερομηνία: Τετάρτη 5 Μαΐου 2021
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Έστω $\vec{\alpha} = (x, y)$ ένα διάνυσμα του καρτεσιανού επιπέδου. Να αποδείξετε ότι το μέτρο του διανύσματος δίνεται από τον τύπο $|\vec{\alpha}| = \sqrt{x^2 + y^2}$.

10 Μονάδες

A2. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό: «Η εξίσωση $y - y_0 = \lambda(x - x_0), \lambda \in \mathbb{R}$ παριστάνει όλες τις ευθείες που διέρχονται από το σημείο $M(x_0, y_0)$ »

α. Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό, γράφοντας στο τετράδιό σας το γράμμα Α αν είναι αληθές, ή το γράμμα Ψ αν είναι ψευδές.

2 Μονάδες

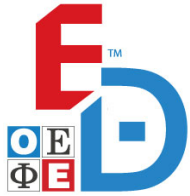
β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα α.

3 Μονάδες

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό** αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Η απόσταση των σημείων $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ είναι $(AB) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

2. Αν $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$ διανύσματα του επιπέδου τότε το εσωτερικό γινόμενο είναι: $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = x_1 x_2 + y_1 y_2$.

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2021**
Β' ΦΑΣΗ**E_3.Μλ2Θ(ε)**

3. Ο συντελεστής διεύθυνσης λ μιας ευθείας η οποία διέρχεται από δύο σημεία $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$, με $x_1 \neq x_2$ είναι $\lambda = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$.
4. Η απόσταση του σημείου $M(x_0, y_0)$ από την ευθεία $(\varepsilon) : Ax + By + \Gamma = 0$, δίνεται σε κάθε περίπτωση από τον τύπο $d(M, \varepsilon) = \frac{Ax_0 + By_0 + \Gamma}{\sqrt{A^2 + B^2}}$.
5. Αν $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$ είναι δύο μη μηδενικά διανύσματα του επιπέδου που σχηματίζουν γωνία θ , τότε $\cos\theta = \frac{\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}}{|\vec{\alpha}| |\vec{\beta}|}$.

10 Μονάδες**ΘΕΜΑ Β**

Δίνονται τα σημεία $A(1,1)$, $B(2,-2)$, $\Gamma(0,4)$ και $O(0,0)$.

- B1.** Να βρεθεί το εσωτερικό γινόμενο $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$ και στη συνέχεια να υπολογίσετε την παράσταση $\vec{OA}^2 + \vec{OB}^2$.

8 Μονάδες

- B2.** Να βρεθούν οι συντεταγμένες του διανύσματος \vec{AB} .

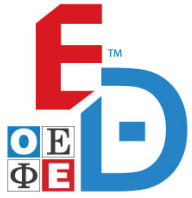
5 Μονάδες

- B3.** Να βρεθεί το μήκος της διαμέσου OM του τριγώνου $O\Gamma B$.

6 Μονάδες

- B4.** Να δείξετε ότι τα σημεία A, B, Γ είναι συνευθειακά.

6 Μονάδες

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνονται οι εξισώσεις $\lambda x + (\lambda - 1)y + 5 - 10\lambda = 0$ (1) και $(\lambda + 2)x + \lambda y - 5\lambda = 0$ (2), $\lambda \in \mathbb{R}$.

Γ1. Να δείξετε ότι καθεμία από τις εξισώσεις (1) και (2) παριστάνει ευθεία για κάθε πραγματική τιμή του λ .

6 Μονάδες

Αν (ϵ_1) και (ϵ_2) οι ευθείες που παριστάνουν οι εξισώσεις (1) και (2) αντίστοιχα είναι παράλληλες :

Γ2. Να δείξετε ότι $\lambda = 2$.

5 Μονάδες

Γ3. Να βρείτε το σημείο της ευθείας (ϵ_1) το οποίο απέχει τη μικρότερη απόσταση από την αρχή των αξόνων και στη συνέχεια να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου με κέντρο το $O(0, 0)$ ο οποίος εφάπτεται στην ευθεία (ϵ_2) .

8 Μονάδες

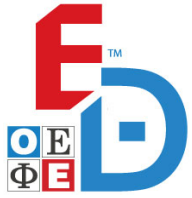
Γ4. Να βρεθεί το εμβαδόν που ορίζεται από τις ευθείες (ϵ_1) και (ϵ_2) και τους ημιάξονες Ox και Oy .

6 Μονάδες**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται ο κύκλος C με εξίσωση $2x^2 + 2y^2 + Ax + 4y + 3 = 0$, $A < 0$ και η ευθεία (ϵ) : $y = x - 1$. Αν η ευθεία ϵ εφάπτεται στον κύκλο C τότε :

Δ1. Να δείξετε ότι $A = -4$.

6 Μονάδες



Δ2. Να βρείτε το κέντρο K και την ακτίνα ρ του κύκλου C .

5 Μονάδες

Αν $K(1, -1)$ και $\rho = \frac{\sqrt{2}}{2}$, να αποδείξετε ότι :

Δ3. Η ευθεία $(\eta) : y = -x - 1$ εφάπτεται στον κύκλο C .

5 Μονάδες

Δ4. Το τετράπλευρο $MN\Lambda K$ είναι τετράγωνο, όπου M το σημείο επαφής της (ϵ) με τον C , N είναι το σημείο τομής των ευθειών (ϵ) και (η) και Λ είναι το σημείο επαφής της ευθείας (η) με τον κύκλο C .

9 Μονάδες

