

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2021  
Β' ΦΑΣΗ

Ε\_3.Μλ1Α(ε)

ΤΑΞΗ: Α' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Ημερομηνία: Μ. Τετάρτη 28 Απριλίου 2021

Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

## ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

## ΘΕΜΑ Α

Α1. Έστω  $x_1, x_2$  οι ρίζες της εξίσωσης  $ax^2 + bx + \gamma = 0, a \neq 0$ Να αποδείξετε ότι το άθροισμα  $S$  των ριζών της δίνεται από τον τύπο:

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha} \quad \text{ενώ το γινόμενο τους } P \text{ δίνεται από τον τύπο } P = x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha}$$

Μονάδες 12

Α2. Να αντιστοιχίσετε καθένα από τα τριώνυμα της Α ομάδας με την ισοδύναμη μορφή του από τη Β ομάδα μεταφέροντας στο τετράδιο σας τον πίνακα 1

Α' ΟΜΑΔΑ	
1	$-2x^2 + 6x - 4$
2	$x^2 - 3x + 2$
3	$-x^2 + 3x - 2$
4	$2x^2 - 6x + 4$

Β' ΟΜΑΔΑ	
A	$(x-1)(x-2)$
B	$2(x-1)(x-2)$
Γ	$-2(x-1)(x-2)$
Δ	$-(x-1)(x-2)$

## ΠΙΝΑΚΑΣ 1

1	2	3	4

Μονάδες 8

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

(α) Αν η εξίσωση  $ax^2 + bx + \gamma = 0$  με  $a \neq 0$  έχει δύο άνισες ρίζες  $x_1, x_2$ , τότε

$$ax^2 + bx + \gamma = a(x - x_1)(x - x_2)$$

(β) Για κάθε αρνητικό πραγματικό αριθμό ισχύει  $|x| = -x$

(γ) Αν  $\alpha > \beta > 0$ , τότε  $\frac{1}{\alpha} < \frac{1}{\beta}$

(δ) Το συμμετρικό του σημείου  $M(\alpha, \beta)$  ως προς τον άξονα  $x'x$  είναι το σημείο  $M'(-\alpha, \beta)$  για κάθε  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .

(ε) Η εξίσωση  $ax + \beta = 0$  έχει τουλάχιστον μία λύση για κάθε  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

**Μονάδες 5**

### ΘΕΜΑ Β

**B1.** Να λύσετε την ανίσωση  $x^2 - 6x + 5 > 0$  και να γράψετε με μορφή διαστημάτων το σύνολο των λύσεων της.

**Μονάδες 8**

**B2.** Να λύσετε την ανίσωση  $|2x + 4| \leq 16$  και να εξετάσετε αν ο αριθμός

$$\alpha = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7} + \sqrt{5}} + \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7} - \sqrt{5}}$$
 ανήκει στο σύνολο λύσεων της.

**Μονάδες 8**

**B3.** Να βρείτε ποιες ρίζες της εξίσωσης  $x^2 - 7|x| + 12 = 0$  ανήκουν στο σύνολο των λύσεων της ανίσωσης του ερωτήματος **B1**.

**Μονάδες 9**

## ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{x^2 + \alpha x - 2}{x - \alpha}$ , όπου  $\alpha$  θετικός πραγματικός αριθμός της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο  $M(\alpha+1, 4)$

Γ1. Δείξτε ότι  $\alpha = 1$  και στη συνέχεια να βρείτε το πεδίο ορισμού της  $A$

Μονάδες 8

Γ2. (i) Να απλοποιήσετε τον τύπο της  $f$  και να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της  $f$  με τους άξονες  $x', y'$   
(ii) Να σχεδιάσετε τη γραφική της παράσταση

Μονάδες 10(7+3)

Γ3. Να λύσετε την εξίσωση  $(f(x)-2)^4 + 3(f(x)-2)^2 - 4 = 0, x \in A$

Μονάδες 7

## ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται το τριώνυμο  $(\lambda - 2)x^2 - 2\lambda x + 2\lambda - 3, x \in \mathbb{R}$  και  $\lambda \in \mathbb{R} - \{2\}$  μια παράμετρος .

Δ1. (i) Να αποδείξετε ότι η διακρίνουσα του τριωνύμου είναι  $\Delta = -4\lambda^2 + 28\lambda - 24$   
(ii) Να βρείτε για ποιες τιμές του  $\lambda$  η εξίσωση  $(\lambda - 2)x^2 - 2\lambda x + 2\lambda - 3 = 0$  έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες .

Μονάδες 8

Δ2. Για ποιες τιμές του  $\lambda$  ισχύει  $(\lambda - 2)x^2 - 2\lambda x + 2\lambda - 3 > 0$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  ;

Μονάδες 8

Δ3. Αν για τις ρίζες  $x_1, x_2$  του τριωνύμου ισχύει  $x_1^2 + x_2^2 = \frac{2\lambda}{(2-\lambda)^2}$  να αποδείξετε ότι  $\lambda = 1$

Μονάδες 9