



**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2020**  
Α΄ ΦΑΣΗ

**E\_3.Φλ3Θ(α2)**

**ΤΑΞΗ:** Γ΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
**ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ:** ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ ΓΙΑ  
ΑΠΟΦΟΙΤΟΥΣ  
**ΜΑΘΗΜΑ:** ΦΥΣΙΚΗ

**Ημερομηνία:** Παρασκευή 3 Ιανουαρίου 2020  
**Διάρκεια Εξέτασης:** 3 ώρες

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

A1. γ

A2. α

A3. β

A4. γ

A5.

α. Σ

β. Λ

γ. Σ

δ. Λ

ε. Σ

**ΘΕΜΑ Β**

**B1.** Σωστή επιλογή β

Εφαρμόζουμε την ΑΔΟ για το συγκρουόμενο σύστημα των δύο σωμάτων  
ελάχιστα πριν κι ελάχιστα μετά την κρούση τους.

$$\text{Α κρούση: } \vec{p}_{\text{πριν}} = \vec{p}_{\text{μετά}} \Rightarrow m_1 \vec{v} = (m_1 + m_2) \vec{v}_κ \Rightarrow m_1 v = (m_1 + m_2) v_κ$$

$$\Rightarrow v_κ = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v$$

$$K_{\text{πριν}} = \frac{1}{2} m_1 v^2$$

$$K_{\text{μετά}} = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_κ^2$$

$$E_{\text{απωλ}} = Q_A = K_{\text{πριν}} - K_{\text{μετά}} = \frac{1}{2} m_1 v^2 - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \left[ \frac{m_1}{m_1 + m_2} v \right]^2$$

$$Q_A = \frac{1}{2} m_1 v^2 - \frac{1}{2} \frac{m_1^2}{(m_1 + m_2)} v^2 \Rightarrow Q_A = \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)} v^2$$

$$\text{Β κρούση: } \vec{p}'_{\text{πριν}} = \vec{p}'_{\text{μετά}} \Rightarrow m_2 \vec{v} = (m_1 + m_2) \vec{v}'_κ \Rightarrow m_2 v = (m_1 + m_2) v'_κ$$

$$\Rightarrow v'_κ = \frac{m_2}{m_1 + m_2} v$$

$$K'_{\text{πριν}} = \frac{1}{2} m_2 v^2$$

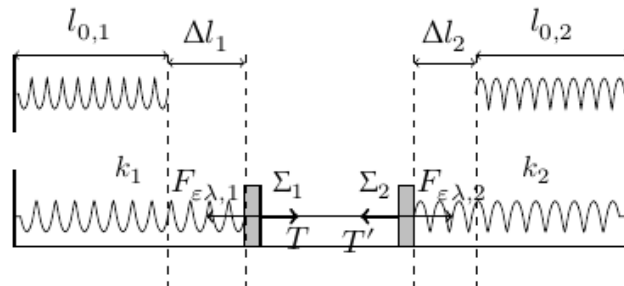
$$K'_{\text{μετά}} = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v'^2_κ$$

$$E'_{\text{απωλ}} = Q_B = K'_{\text{πριν}} - K'_{\text{μετά}} = \frac{1}{2} m_2 v^2 - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \left[ \frac{m_2}{m_1 + m_2} v \right]^2$$

$$Q_B = \frac{1}{2} m_2 v^2 - \frac{1}{2} \frac{m_2^2}{(m_1 + m_2)} v^2 \Rightarrow Q_B = \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)} v^2$$

$$\text{Οπότε } \frac{Q_A}{Q_B} = 1$$

**B2.** Σωστή επιλογή γ



Αρχικά έχουμε

$$\left. \begin{aligned} \text{Σώμα } \Sigma_1 : \Sigma \vec{F}_1 = 0 &\Rightarrow F_{ελ_1} = T \\ \text{Σώμα } \Sigma_2 : \Sigma \vec{F}_2 = 0 &\Rightarrow F_{ελ_2} = T' \end{aligned} \right\} \begin{aligned} T &= T' \\ \Rightarrow F_{ελ_1} &= F_{ελ_2} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow k_1 \Delta l_1 = k_2 \Delta l_2 \Rightarrow 4k_2 \Delta l_1 = k_2 \Delta l_2$$

$$\Rightarrow 4\Delta l_1 = \Delta l_2$$

Μετά το κόψιμο του νήματος τα δύο σώματα εκτελούν αατ. Οι θέσεις φυσικού μήκους για τα δυο ελατήρια αποτελούν τις θέσεις ισορροπίας των ταλαντώσεων των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ . Αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος τα δυο σώματα είναι αρχικά ακίνητα, οπότε βρίσκονται στα ακρότατα της τροχιάς τους.

Για τα πλάτη τους ισχύει ότι:

$$A_1 = \Delta l_1 \text{ και } A_2 = \Delta l_2 \text{ οπότε } A_2 = 4A_1$$

Για την ενέργεια ταλάντωσης του σώματος  $\Sigma_1$  έχουμε:

$$E_1 = \frac{1}{2} D_1 A_1^2 = \frac{1}{2} k_1 A_1^2$$

Για την ενέργεια ταλάντωσης του σώματος  $\Sigma_2$  έχουμε:

$$E_2 = \frac{1}{2} D_2 A_2^2 = \frac{1}{2} k_2 A_2^2$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{1}{2} k_1 A_1^2}{\frac{1}{2} k_2 A_2^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow E_2 = 4E_1$$

**B3.** Το σημείο Κ αρχίζει να ταλαντώνεται πρώτα λόγω του κύματος από την πηγή Π<sub>2</sub>, μιας και η πηγή Π<sub>2</sub> είναι πιο κοντά του.

$$\text{Αυτό συμβαίνει τη στιγμή } t = \frac{r_2}{v} = \frac{3T}{4}$$

Η συμβολή των δυο κυμάτων στο σημείο Κ αρχίζει τη στιγμή  $t' = \frac{r_1}{v} = T$

**α.** Σωστή επιλογή (i)

Τη χρονική στιγμή  $t_A = \frac{4T}{5}$  το σημείο Κ ταλαντώνεται μόνο λόγω του κύματος που προέρχεται από την πηγή Π<sub>2</sub>. Οπότε το πλάτος της ταλάντωσής του θα έχει τιμή Α.

**β.** σωστή επιλογή (i)

Μετά την έναρξη της συμβολής ( $t' \Rightarrow T$ ) στο σημείο Κ η εξίσωση κίνησής του είναι

$$\begin{aligned} y &= 2A \sin 2\pi \left( \frac{r_1 - r_2}{2\lambda} \right) \eta \mu 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda} \right) = 2A \sin 2\pi \left( \frac{\lambda/4}{2\lambda} \right) \eta \mu 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{7\lambda/4}{2\lambda} \right) \\ &= A\sqrt{2} \eta \mu 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{7}{8} \right) \end{aligned}$$

Και η χρονική εξίσωση της ταχύτητάς του θα είναι

$$v = \omega A \sqrt{2} \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{7}{8} \right) \text{ οπότε για τη χρονική στιγμή } t_B = 2T \text{ θα έχουμε}$$

$$v = \omega A \sqrt{2} \sin 2\pi \left( 2 - \frac{7}{8} \right) = \omega A \sqrt{2} \sin \left( \frac{9\pi}{4} \right) \Rightarrow v = \omega A$$

**ΘΕΜΑ Γ**

Ισχύει ότι  $\varphi = 2\pi\left(ft - \frac{x}{\lambda}\right)$

Από το διάγραμμα έχουμε  $\varphi_{x=0} = 5\pi = 2\pi\left(2t_1 - \frac{0}{\lambda}\right) \Rightarrow t_1 = 1,25 \text{ s}$

Την ίδια στιγμή  $\varphi_{x=10\text{m}} = 0 = 2\pi\left(2 \cdot 1,25 - \frac{2,5}{\lambda}\right) \Rightarrow \lambda = 1 \text{ m}$

Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος  $v = \lambda f = 2 \text{ m/s}$

$\omega = 2\pi f = 4\pi \text{ rad/s}$

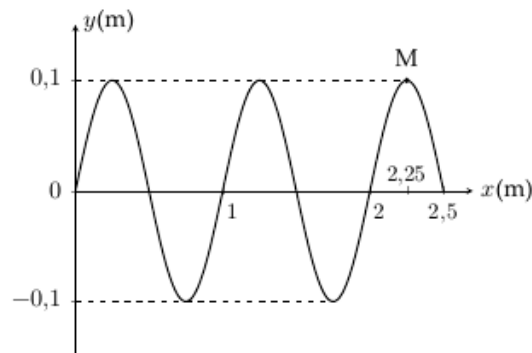
$\alpha_{\max} = \omega^2 A \Rightarrow 16 = 16\pi^2 A \Rightarrow A = 0,1 \text{ m}$

**Γ1.** Για την εξίσωση του αρμονικού κύματος έχουμε:

$y = A\eta\mu 2\pi\left(ft - \frac{x}{\lambda}\right) \Rightarrow y = 0,1\eta\mu 2\pi(2t - x), \text{ S.I., } x \geq 0$

**Γ2.** Την στιγμή  $t_1 = 1,25 \text{ s}$  το κύμα έχει διαδοθεί μέχρι τη θέση  $x = vt = 2,5 \text{ m}$

Η εξίσωση του κύματος τότε είναι  $y = 0,1\eta\mu 2\pi(2,5 - x), \text{ S.I., } 0 \leq x \leq 2,5 \text{ m}$  με στιγμιότυπο



Από το παραπάνω στιγμιότυπο φαίνεται ότι το σημείο M βρίσκεται σε οριζόντια απόσταση  $\frac{\lambda}{4}$  πίσω από τη θέση 2,5 m που έχει φτάσει η διαταραχή τότε, δηλαδή  $x_M = 2,5 - 0,25 = 2,25 \text{ m}$

Η

Τη στιγμή  $t_1 = 1,25 \text{ s}$  το σημείο M αφού βρίσκεται για πρώτη φορά σε θέση μέγιστης κατά μέτρο επιτάχυνσης, σημαίνει πως για πρώτη φορά βρίσκεται σε θέση ακρότατου στην τροχιά του,  $x = +A$ , άρα ο χρόνος ταλάντωσής του είναι

$\frac{T}{4} = 0,125$  s οπότε το χρονικό διάστημα που απαιτείται ώστε η διαταραχή από

τη θέση  $x = 0$  να φτάσει μέχρι το σημείο Μ θα είναι  $\Delta t = t_1 - \frac{T}{4} = 1,125$  s.

Η θέση του σημείου Μ θα είναι  $x_M = v\Delta t = 2 \cdot 1,125 = 2,25$  m

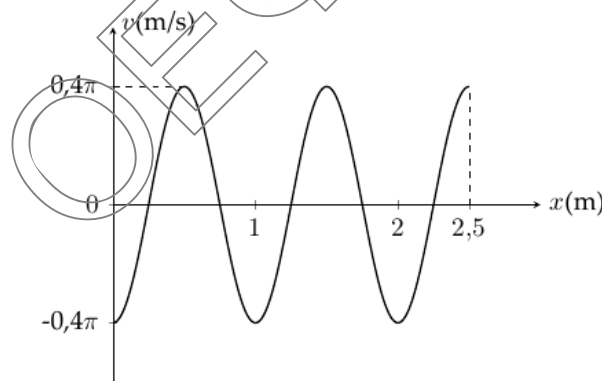
**Γ3.** Η εξίσωση της ταχύτητας των διεγερμένων σημείων της χορδής είναι

$$v = \omega A \sin 2\pi \left( ft - \frac{x}{\lambda} \right) = 0,4\pi \sin 2\pi (2t - x)$$

Τη χρονική στιγμή  $t_1 = 1,25$  s έχουμε:

$$v = 0,4\pi \sin 2\pi (2,5 - x), \text{ S.I., } 0 \leq x \leq 2,5 \text{ m}$$

$$\text{Για } x = 0 \Rightarrow v = 0,4\pi \sin 5\pi = -0,4\pi \text{ m/s}$$



**Γ4.** Για να έχει το σημείο Μ την ίδια απομάκρυνση κάθε στιγμή με την πηγή ( $x = 0$ ) του κύματος πρέπει να ισχύει για τη διαφορά φάσης τους ότι

$$\Delta\varphi = 2\kappa d \Rightarrow 2\pi \frac{d}{\lambda} = 2\kappa\pi \Rightarrow d = \kappa\lambda, \kappa=1,2,3,\dots$$

Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος εξαρτάται μόνο από τις ιδιότητες του μέσου, οπότε δε θα μεταβληθεί με την αλλαγή στη συχνότητα της πηγής.

$$d = \kappa\lambda = \kappa \frac{v}{f} \Rightarrow f = \frac{\kappa v}{d} \Rightarrow f = \frac{2\kappa}{2,25} = \frac{8}{9}\kappa$$

$$\text{για } \kappa = 3 \text{ έχουμε } f' = \frac{24}{9} \text{ Hz}$$

$\Delta f = f' - f = \frac{24}{9} - 2 = \frac{2}{3}$  Hz που αποτελεί τη μικρότερη αύξηση στην τιμή της συχνότητας της πηγής για να έχουν κάθε στιγμή το σημείο M και η πηγή του κύματος την ίδια απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας τους.

**ΘΕΜΑ Δ**

**Δ1.** Αρχικά το σύστημα ισορροπεί

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow (m_1 + m_2)g = k\Delta l_1 \Rightarrow \Delta l_1 = 0,4 \text{ m.}$$

Το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σύστημα είναι  $A = d = 0,4 \text{ m}$ .

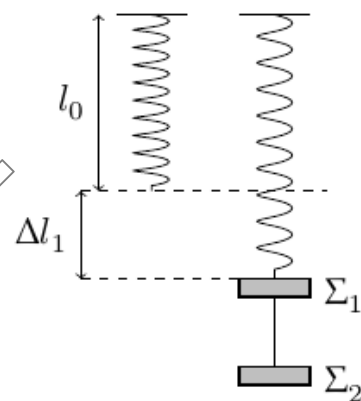
Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  το κάθε σώμα βρίσκεται στην ακραία αρνητική θέση της τροχιάς του,  $x = -A$

$$y = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0) \xrightarrow{t=0} -A = A\eta\mu\varphi_0 \Rightarrow \varphi_0 = \frac{3\pi}{2} \text{ rad}$$

$$D = k = (m_1 + m_2)\omega^2 \Rightarrow \omega = 5 \text{ rad/s}$$

Η χρονική εξίσωση απομάκρυνσης για το σώμα  $\Sigma_1$  είναι

$$y_1 = 0,4\eta\mu\left(5t + \frac{3\pi}{2}\right), \text{ S.I.}$$



**Δ2.** Η ενέργεια που δαπανήσαμε για να θέσουμε το σύστημα των σωμάτων  $\Sigma_1, \Sigma_2$  σε ταλάντωση είναι όση η ενέργεια της ταλάντωσης του.

$$E_{\delta\alpha\pi} = E_{\tau\alpha\lambda} = \frac{1}{2}kA^2 = 8 \text{ J}$$

**Δ3.** Για την ταλάντωση κάθε σώματος ισχύει

$$\Sigma \vec{F}_1 = -D_1 \vec{y} \Rightarrow \Sigma F_1 = -D_1 y = -m_1 \omega^2 y$$

$$\Sigma \vec{F}_2 = -D_2 \vec{y} \Rightarrow \Sigma F_2 = -D_2 y = -m_2 \omega^2 y$$

Κάθε στιγμή τα δυο σώματα έχουν την ίδια απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας τους, οπότε:

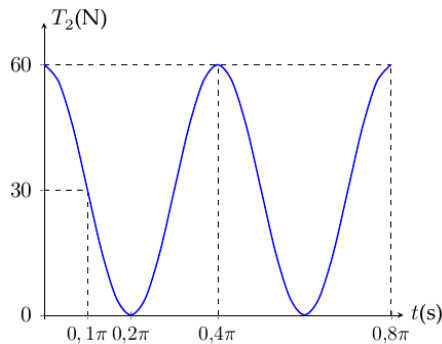
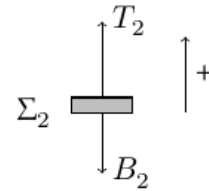
$$\frac{\Sigma F_1}{\Sigma F_2} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}$$

**Δ1.** Για το σώμα  $\Sigma_2$  ισχύει:

$$\Sigma \vec{F}_2 = \vec{T}_2 + \vec{B}_2 \Rightarrow -D_2 y = T_2 - m_2 g$$

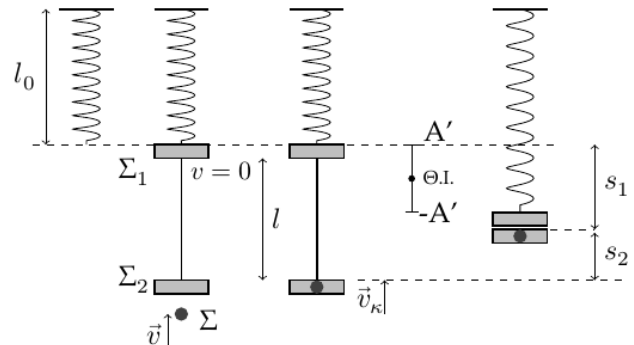
$$\Rightarrow T_2 = -m_2 \omega^2 y + m_2 g = \left( 30 \eta\mu \left( 5t + \frac{3\pi}{2} \right) + 30 \right), \text{ S.I.}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,4\pi \text{ s}$$





- Δ4. Το πλάτος της ταλάντωσης των σωμάτων  $\Sigma_1$ ,  $\Sigma_2$  είναι  $A = 0,4 \text{ m}$  όση είναι και η αρχική παραμόρφωση  $\Delta\ell_1$  του ελατηρίου. Οπότε η ανώτερη θέση της ταλάντωσης για το σώμα  $\Sigma_1$  είναι όταν το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος.



Κατά την πλαστική κρούση της σφαίρας  $\Sigma$  με το σώμα  $\Sigma_2$  ισχύει

$$m\bar{v} + 0 = (m_1 + m_2)\bar{v}_κ \Rightarrow m\bar{v} = (m_1 + m_2)\bar{v}_κ \Rightarrow v_κ = \pi \text{ m/s}$$

Αμέσως μετά την πλαστική κρούση, το συσσωμάτωμα θα κινηθεί αρχικά κατακόρυφα προς τα πάνω. Για τη νέα ταλάντωση που θα εκτελέσει το σώμα  $\Sigma_1$  ισχύει:

$$\Theta.I.: \Sigma F = 0 \Rightarrow m_1 g = k\Delta\ell'_1 \Rightarrow \Delta\ell'_1 = 0,1 \text{ m}$$

Οπότε το πλάτος της ταλάντωσής του είναι  $A' = 0,1 \text{ m}$  και η περίοδος

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}} = 0,2\pi \text{ s.}$$

Η συνάντηση του σώματος  $\Sigma_1$  με το συσσωμάτωμα συμβαίνει όταν οι ταχύτητες τους μηδενίζονται για πρώτη φορά μετά την κρούση.

Αυτό συμβαίνει στις ακραία αρνητική θέση της ταλάντωσης του σώματος  $\Sigma_1$ ,

$$\text{δηλαδή μετά από χρόνο } \Delta t = \frac{T'}{2} = 0,1\pi \text{ s}$$

Σε αυτό το χρονικό διάστημα το σώμα  $\Sigma_1$  έχει διανύσει μήκος

$$S_1 = 2A' = 0,2 \text{ m}$$

$$\text{Για το συσσωμάτωμα έχουμε } S_2 = v_κ \Delta t - \frac{1}{2}g\Delta t^2 = 0,5 \text{ m}$$

Οπότε το μήκος του νήματος είναι  $\ell = S_1 + S_2 = 0,7 \text{ m}$