



**ΤΑΞΗ:** Β' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
**ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ:** ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ  
**ΜΑΘΗΜΑ:** ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

**Ημερομηνία:** Τρίτη 7 Ιανουαρίου 2020  
**Διάρκεια Εξέτασης:** 3 ώρες

### ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

#### ΘΕΜΑ Α

**A1.** Αν  $A(x_1, y_1)$  και  $B(x_2, y_2)$  δύο σημεία του καρτεσιανού επιπέδου και  $(x, y)$  οι συντεταγμένες του μέσου  $M$  του ευθυγράμμου τμήματος  $AB$  τότε να

αποδείξετε ότι  $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$  και  $y = \frac{y_1 + y_2}{2}$ .

**10 Μονάδες**

**A2.** Έστω  $\lambda$  ένας πραγματικός αριθμός με  $\lambda \neq 0$  και  $\vec{a}$  ένα μη μηδενικό διάνυσμα. Να ορίσετε το γινόμενο του  $\lambda$  με το  $\vec{a}$ .

**5 Μονάδες**

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό αν η πρόταση είναι σωστή ή Λάθος αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Αν  $|\vec{a}| = |\vec{\beta}|$  τότε  $\vec{a} = \vec{\beta}$ .

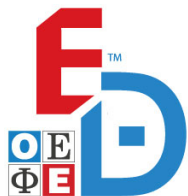
2. Αν  $\vec{a} \cdot \vec{\beta} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{\beta}$ .

3. Αν  $A = (x_1, y_1)$  και  $B = (x_2, y_2)$  με  $x_1 \neq x_2$  τότε η κλίση της ευθείας  $AB$  ισούται με  $\lambda = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ .

4. Η διχοτόμος της γωνίας  $x\hat{O}y$  είναι η ευθεία  $\varepsilon: y = x$ .

5. Η ευθεία  $\varepsilon: y = \lambda x + \beta$  τέμνει τον  $yy'$  στο σημείο  $(0, \beta)$ .

**10 Μονάδες**

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2020  
Α΄ ΦΑΣΗ

E\_3.Μλ2Θ(ε)

## ΘΕΜΑ Β

Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  με  $|\vec{\alpha}|=2$ ,  $|\vec{\beta}|=1$  και  $\left(\vec{\alpha}, \vec{\beta}\right) = \frac{\pi}{3}$

**B1.** Να δείξετε ότι το  $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 1$ .

5 Μονάδες

**B2.** Να βρείτε την τιμή του πραγματικού αριθμού  $\lambda$  ώστε τα μη μηδενικά διανύσματα  $\lambda\vec{\alpha} - \vec{\beta}$  και  $3\lambda\vec{\beta}$  να είναι κάθετα.

5 Μονάδες

**B3.** Να βρεθούν τα μέτρα των διανυσμάτων  $\vec{u} = \vec{\alpha} + 2\vec{\beta}$  και  $\vec{v} = \vec{\alpha} - \vec{\beta}$ .

8 Μονάδες

**B4.** Να βρεθεί η γωνία  $\left(\vec{u}, \vec{v}\right)$ .

7 Μονάδες

## ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται το παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με κορυφές Α(2,3), Β(-1,1) και Γ(4,-3)

**Γ1.** Να δείξετε ότι Δ(7,-1).

7 Μονάδες

**Γ2.** Να βρεθούν οι εξισώσεις των διαγωνίων ΑΓ και ΒΔ.

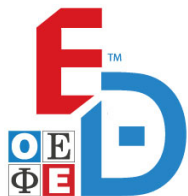
6 Μονάδες

**Γ3.** Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας  $\varepsilon$  που διέρχεται από το σημείο Β και είναι παράλληλη στην ευθεία ΑΓ:  $y = -3x + 9$ .

5 Μονάδες

**Γ4.** Αν Μ είναι μέσο της ΒΓ να βρεθεί σημείο Λ της  $\varepsilon: y = -3x - 2$  τέτοιο ώστε τα σημεία Α, Μ, Λ να είναι συνευθειακά.

7 Μονάδες

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2020  
Α΄ ΦΑΣΗ

E\_3.Μλ2Θ(ε)

## ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η ευθεία  $\varepsilon: y = \left( \frac{|3\vec{\alpha} + 2\vec{\beta}| - 3|\vec{\alpha}|}{2} \right) x + |\vec{\alpha}|$ , όπου  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  δύο μη μηδενικά διανύσματα

για τα οποία ισχύει  $|\vec{\beta}| = 2|\vec{\alpha}|$ .

Δ1. Αν η ευθεία  $\varepsilon$  διέρχεται από το σημείο  $A(1,0)$  να δείξετε ότι  $\vec{\alpha} \uparrow \downarrow \vec{\beta}$ .

6 Μονάδες

Δ2. Αν οι ευθείες  $\varepsilon_1: y = (2|\vec{\alpha}| + 3)x + 2019$  και  $\varepsilon_2: y = (|\vec{\alpha}| + 5)x - 2020$  είναι παράλληλες τότε να δείξετε ότι  $|\vec{\alpha}| = 2$  και ότι  $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = -8$ .

6 Μονάδες

Δ3. Να δείξετε ότι  $\vec{\beta} = -2\vec{\alpha}$  και ότι η ευθεία  $\varepsilon$  έχει εξίσωση  $y = -2x + 2$ .

7 Μονάδες

Δ4. Να βρεθεί το συμμετρικό  $\Gamma$  του σημείου  $B\left(\frac{5}{2}, |\vec{\alpha}|\right)$  ως προς την ευθεία  $\varepsilon$ .

6 Μονάδες