ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2020

Β΄ ΦΑΣΗ

Ε_3.Μλ1Α(ε)

ΤΑΞΗ: **Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**

ΜΑΘΗΜΑ: **ΑΛΓΕΒΡΑ**

Ημερομηνία: Κυριακή 24 Μαΐου 2020

Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Αν η εξίσωση $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$ με $\alpha\neq 0$, έχει ρίζες τους πραγματικούς αριθμούς x_1 και x_2 να αποδείξετε ότι:

$$x_1+x_2=-\frac{\beta}{\alpha} \text{ και } x_1\cdot x_2=\frac{\gamma}{\alpha}$$

Μονάδες 9

Α2. Έστω η εξίσωση $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$ με $\alpha\neq 0$ και Δ η διακρίνουσα της. Να αντιστοιχίσετε κάθε αριθμό της στήλης Α με το σωστό γράμμα της στήλης Β.

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
1. $\Delta>0$	α. Μία διπλή ρίζα τη $x=-\frac{\beta}{2\alpha}$
2. $\Delta=0$	β. Δύο ρίζες άνισες τις $x=\frac{-\beta\pm\sqrt{\Delta}}{2\alpha}$
3. $\Delta<0$	γ. Μία διπλή ρίζα τη $x=\frac{\beta}{2\alpha}$
	δ. Αδύνατη στο $\mathbb{R}$

Μονάδες 6

Α3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιο σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό** αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος** αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Η απόσταση των αριθμών α και β δίνεται από τον τύπο $d(\alpha,\beta)=|\alpha+\beta|$

β. Η εξίσωση $x^\nu=\alpha$ με α<0 και ν περιττό φυσικό αριθμό έχει μοναδική λύση την $x=-\sqrt[\nu]{|\alpha|}$

γ. Ισχύει $|x|>-x$ για κάθε $x\in R$

δ. Αν το τριώνυμο $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$ με $\alpha\neq 0$, έχει άνισες ρίζες τους πραγματικούς αριθμούς x_1 και x_2 τότε παραγοντοποιείται και είναι $\alpha x^2+\beta x+\gamma=\alpha(x-x_1)(x-x_2)$

ε. Αν γ<0 τότε $\alpha>\beta\Leftrightarrow\alpha\cdot\gamma<\beta\cdot\gamma$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Β1. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$\alpha=\left(\sqrt{3}+2\right)^2-\left(2\sqrt{3}+1\right)^2$$

Μονάδες 6

Β2. Να λυθεί η εξίσωση

$$\frac{|\beta+1|+2}{3}-\frac{|\beta+1|-1}{6}=\frac{5}{6}$$

Μονάδες 7

Β3. Αν $\alpha=-6$ και $\beta=-1$ να κατασκευάσετε 2ου βαθμού εξίσωση με ρίζες τους αριθμούς α και β

Μονάδες 5

Β4. Να λυθεί η ανίσωση $|x+\alpha|+\beta<0$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Έστω $A=x^2-3x+2$, $x\in R$

Γ1. **i)** Να αποδείξετε ότι $A\succ 0$ αν $A=(-\infty,1)\cup(2,+\infty)$ και $A\prec 0$ αν $x\in(1,2)$

Μονάδες 5

ii) Να βρείτε τις τιμές του $x\in R$ για τις οποίες είναι πραγματικός αριθμός ο $\sqrt{-A}$.

Μονάδες 3

Γ2. **i)** Αν $x\in[1,2]$ να απλοποιήσετε την παράσταση $|x-3|-|x+3|$

Μονάδες 7

ii) Να εξετάσετε αν έχει λύση η εξίσωση $\sqrt{-A}=|x-3|-|x+3|$

Μονάδες 6

Γ3. Να αποδείξετε ότι για κάθε $x\in[1,2]$ είναι $\sqrt{(-A)\sqrt{(-A)^6}}-A^2=0$

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται το τριώνυμο $x^2-(\lambda+1)x+\lambda+4$

Δ1. Να δείξετε ότι η διακρίνουσα του είναι $\Delta=\lambda^2-2\lambda-15$

Μονάδες 5

Δ2. Να βρείτε τις τιμές του λ, για τις οποίες η ανίσωση $x^2-(\lambda+1)x+\lambda+4>0$ αληθεύει για κάθε $x\in R$

Μονάδες 7

Δ3. Αν x_1, x_2 δύο άνισες ρίζες της εξίσωσης $x^2-(\lambda+1)x+\lambda+4=0$ να βρεθούν οι τιμές του $\lambda\in R$ έτσι ώστε:

i) $\dfrac{1}{{x_1}^2}+\dfrac{1}{{x_2}^2}=2$

Μονάδες 8

ii) $x_1<0<x_2$ και $|x_1|>|x_2|$

Μονάδες 5