ΤΑΞΗ: **Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**

ΜΑΘΗΜΑ: **ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ / ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ**

Ημερομηνία: Μ. Τετάρτη 8 Απριλίου 2015
Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

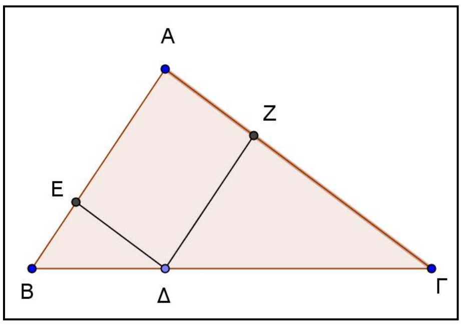
Α1. Σχ. βιβλίο 9.2 θεώρημα IV.
Α2. Λ, Σ, Λ, Σ, Σ.

ΘΕΜΑ Β

Β1. Αφού ΔΕ//ΑΓ θα είναι $\overset{\Delta}{\Delta E B} \approx \overset{\Delta}{B A \Gamma}$ οπότε $\frac{\Delta E}{A\Gamma} = \frac{B\Delta}{B\Gamma}$.

Β2. Αφού ΔΖ//ΑΒ θα είναι $\overset{\Delta}{\Gamma Z \Delta} \approx \overset{\Delta}{\Gamma A B}$,

οπότε $\frac{\Delta Z}{AB} = \frac{\Gamma\Delta}{B\Gamma} \Leftrightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{\Gamma\Delta}{B\Gamma}$



Β3. Αν $\frac{B\Delta}{\Delta\Gamma} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{B\Delta}{B\Delta + \Delta\Gamma} = \frac{2}{3+2} \Leftrightarrow \frac{B\Delta}{B\Gamma} = \frac{2}{5}$

οπότε $\frac{(BE\Delta)}{(BA\Gamma)} = \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25}$

Όμοια $\frac{\Gamma\Delta}{\Gamma B} = \frac{3}{5}$ οπότε $\frac{(\Gamma\Delta Z)}{(\Gamma BA)} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$.

Άρα $(AZ\Delta E) = (AB\Gamma) - (BE\Delta) - (\Gamma Z\Delta) =$

$= (AB\Gamma) - \frac{4}{25}(AB\Gamma) - \frac{9}{25}(AB\Gamma) = \frac{12}{25}(AB\Gamma)$

δηλ. $\frac{(AZ\Delta E)}{(AB\Gamma)} = \frac{12}{25}$.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Είναι $(\text{ΑΒΓ}) = \frac{1}{2}\text{ΒΑ}\cdot\text{ΒΓ}\eta\mu\text{Β} \Leftrightarrow \frac{21\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{2}\cdot 3\cdot 7\eta\mu\text{Β} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \eta\mu\text{Β} = \frac{21\sqrt{3}}{4}\cdot\frac{2}{21} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \eta\mu 60^o \quad \text{δηλ.} \quad \text{Β}=60^o.$$

Τότε από το νόμο των συνημιτόνων για τη πλευρά ΑΓ έχουμε:

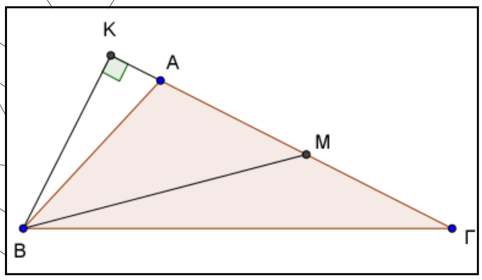
$$\text{ΑΓ}^2 = \text{ΑΒ}^2 + \text{ΒΓ}^2 - 2\text{ΑΒ}\cdot\text{ΒΓ}\cdot\sigma\upsilon\nu 60^o =$$
$$= 9 + 49 - 2\cdot 3\cdot 7\cdot\frac{1}{2} = 37 \Rightarrow \text{ΑΓ} = \sqrt{37}.$$

Είναι $\text{ΒΓ}^2 = 7^2 = 49$ και $\text{ΑΒ}^2 + \text{ΑΓ}^2 = 9 + 37 = 46$

δηλ $\text{ΒΓ}^2 > \text{ΑΒ}^2 + \text{ΑΓ}^2 \Leftrightarrow \hat{\text{Α}} > 90^o$

δηλ. το τρίγωνο ΑΒΓ είναι αμβλυγώνιο.

Γ2. $$\text{ΒΜ}^2 = \mu_\beta^2 = \frac{2\alpha^2 + 2\gamma^2 - \beta^2}{4} = \frac{2\cdot 49 + 2\cdot 9 - 37}{4} =$$
$$= \frac{98 + 18 - 37}{4} = \frac{79}{4} \Leftrightarrow \text{ΒΜ} = \frac{\sqrt{79}}{2}$$



και από 2^o θεώρημα διαμέσων στο $\overset{\Delta}{\text{ΑΒΓ}}$ θα έχουμε:

$$|\alpha^2 - \gamma^2| = 2\cdot\beta\cdot\text{ΜΚ} \Leftrightarrow |49 - 9| = 2\cdot\sqrt{37}\text{ΜΚ}$$

$$\Leftrightarrow \text{ΜΚ} = \frac{20}{\sqrt{37}} = \frac{20\sqrt{37}}{37}$$

Γ3. Από Γενικευμένο Πυθ.θεώρημα για αμβλεία γωνία αφού $\text{Α} > 90^o$ για την πλευρά ΒΓ έχουμε

$$\text{ΒΓ}^2 = \text{ΑΒ}^2 + \text{ΑΓ}^2 + 2\text{ΑΓ}\cdot\text{ΑΚ} \Leftrightarrow$$
$$49 = 9 + 37 + 2\cdot\sqrt{37}\cdot\text{ΑΚ} \Leftrightarrow \text{ΑΚ} = \frac{49 - 9 - 37}{2\sqrt{37}} = \frac{3\sqrt{37}}{2\cdot 37} = \frac{3\sqrt{37}}{74}.$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Είναι $\text{ΑΟ} = \text{ΟΜ} = \text{ΑΜ} = \text{R}$ δηλ. $\overset{\Delta}{\text{ΑΟΜ}}$ ισόπλευρο πλευράς R οπότε έχει περίμετρο 3R και $(\text{ΑΟΜ}) = \frac{\text{R}^2\sqrt{3}}{4}$.

Δ2. Οι χορδές ΑΜ, ΑΝ είναι πλευρές του κανονικού εξαγώνου που είναι εγγεγραμμένο στο κύκλο (Ο,R).

Άρα $\widehat{MAN} = 2\cdot 60^o = 120^o$ ή $\widehat{MAN} = \varphi_6 = 180^o - \frac{360^o}{6} = 120^o$.

δηλ. $(\mathrm{AMON}) = \frac{120}{360}\pi R^2 = \frac{\pi R^2}{3}$ και

$$\text{περίμετρος}_{\mathrm{AMON}} = \mathrm{AM} + \mathrm{AN} + l_{\widehat{\mathrm{MON}}} = R + R + \frac{120}{180}\pi\cdot R = 2R + \frac{2\pi R}{3}.$$

Δ3. $$\mathrm{E}_{\mathrm{M\Delta KOABN}} = \mathrm{E}_{\text{κύκλου}} - 2(\widehat{\mathrm{AMON}}) - 4(\tau) =$$

$$= \pi R^2 - 2\cdot\frac{\pi R^2}{3} - 4\left[(\widehat{\mathrm{OMA}}) - (\mathrm{OMA})\right] = \frac{\pi R^2}{3} - 4\left(\frac{60}{360}\pi R^2 - \frac{R^2\sqrt{3}}{4}\right) =$$

$$\frac{\pi R^2}{3} - \frac{2\pi R^2}{3} + R^2\sqrt{3} = R^2\left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}\right).$$

Δ4. $\mathrm{AM} = \lambda_6 = R$, $\mathrm{AK} = \lambda_3 = R\sqrt{3}$, $\mathrm{MK} = \lambda_6 = R$

Οπότε (ΑΜΔΚ) = Ε$_\kappa$ τμήματος ΑΚΔΜ - Ε$_\kappa$ τμήματος ΑΖΜ =

$$(\widehat{\mathrm{OAK}}) - (\mathrm{OAK}) - (\widehat{\mathrm{OMA}}) + (\mathrm{OMA}) =$$

$$= \frac{120}{360}\pi R^2 - \frac{1}{2}\lambda_3\cdot\alpha_3 - \frac{60}{360}\pi R^2 + \frac{R^2\sqrt{3}}{4} =$$

$$\frac{\pi R^2}{3} - \frac{1}{2}\frac{R}{2}R\sqrt{3} - \frac{\pi R^2}{6} + \frac{R^2\sqrt{3}}{4} =$$

$$\frac{\pi R^2}{6} - \frac{R^2\sqrt{3}}{4} + \frac{R^3\sqrt{3}}{4} = \frac{\pi R^2}{6} = (\widehat{\mathrm{OMA}}).$$