ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Ημερομηνία: Κυριακή 3 Μαΐου 2015
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Αν $\alpha, \beta \geq 0$ και ν θετικός ακέραιος, να αποδείξετε ότι: $\sqrt[\nu]{\alpha} \cdot \sqrt[\nu]{\beta} = \sqrt[\nu]{\alpha \cdot \beta}$.

Μονάδες 10

Α2. Να διατυπώσετε τον κλασσικό ορισμό της πιθανότητας ενός ενδεχομένου Α.

Μονάδες 5

Α3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό,** αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος,** αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. $|\alpha+\beta| = |\alpha| + |\beta|$ για κάθε $\alpha, \beta \in R$ **Σ Λ**

β. $\alpha > \beta \Leftrightarrow \alpha - \beta > 0$ **Σ Λ**

γ. Η εξίσωση $x^\nu = a$,με $a < 0$ και ν άρτιο φυσικό αριθμό, είναι αδύνατη. **Σ Λ**

δ. Το συμμετρικό του σημείου $\mathrm{A}(\alpha, \beta)$ ως προς τον άξονα $x'x$ είναι το σημείο $\Delta(\alpha, -\beta)$,που έχει ίδια τετμημένη και αντίθετη τεταγμένη. **Σ Λ**

ε. Αν $\mathrm{A} \subseteq \mathrm{B}$ τότε $P(A) > P(B)$,όπου Α, Β δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω. **Σ Λ**

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Β1. Να λύσετε την ανίσωση: $\dfrac{|2x-1|}{3} - 1 < \dfrac{3-|1-2x|}{4}$ και να γράψετε τις λύσεις της σε μορφή διαστήματος Δ.

Μονάδες 12

Β2. Αν $x \in \Delta$,να δείξετε ότι η παράσταση $A = \frac{\sqrt{x^2+2x+1}}{x+1} + \frac{\sqrt{x^2-4x+4}}{x-2}$ είναι σταθερός αριθμός.

Μονάδες 13

ΘΕΜΑ Γ

Έστω η συνάρτηση $f(x) = x^2 + \kappa x - 3, \kappa \in R$ της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $A(1,-4)$.

Γ1. Να αποδείξετε ότι $\kappa = -2$ και να βρείτε τα σημεία τομής της C_f με τους άξονες $x'x$ και $y'y$.

Μονάδες 9

Γ2. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε που διέρχεται από το σημείο $B(-1, f(-1))$ και είναι παράλληλη στην ευθεία ζ με εξίσωση: $y = 3x + 2015$.

Μονάδες 8

Γ3. Έστω $K(1,\alpha), \Lambda(3,\beta), \mathrm{M}(5,\gamma)$ τρία σημεία που ανήκουν στην ευθεία ε. Να αποδείξετε ότι οι αριθμοί α, β, γ με τη σειρά που δίνονται αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση $x^2 + (4\lambda - 2)x + \lambda(3 - 8\lambda) = 0$ (1), με παράμετρο $\lambda \in R$.

Δ1. **i.** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) έχει διακρίνουσα: $\Delta = 4(3\lambda - 1)(4\lambda - 1)$.

ii. Να βρείτε τις τιμές λ_1, λ_2 της παραμέτρου λ, με $\lambda_1 < \lambda_2$,ώστε η εξίσωση (1) να έχει διπλή ρίζα. Στη συνέχεια, να βρείτε τη διπλή ρίζα x_0 για $\lambda = \lambda_1$.

Μονάδες 10

Δ2. Έστω A και B δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω.

Αν $P(A) = x_0$, $P(A \cap B) = \lambda_2$ και $P\left[(A \cup B)'\right] = \lambda_1$,να βρείτε την πιθανότητα να πραγματοποιείται το ενδεχόμενο B.

Μονάδες 7

Δ3. Να προσδιορίσετε τις τιμές των $\lambda \in R$, ώστε η εξίσωση (1) να έχει δύο ρίζες άνισες, τις x_1, x_2.Για ποιες απ' αυτές τις τιμές της παραμέτρου ισχύει: $4x_1x_2 = 3x_1 + 3x_2 - 26$.

Μονάδες 8