

ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Ημερομηνία: Κυριακή 13 Απριλίου 2014
Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

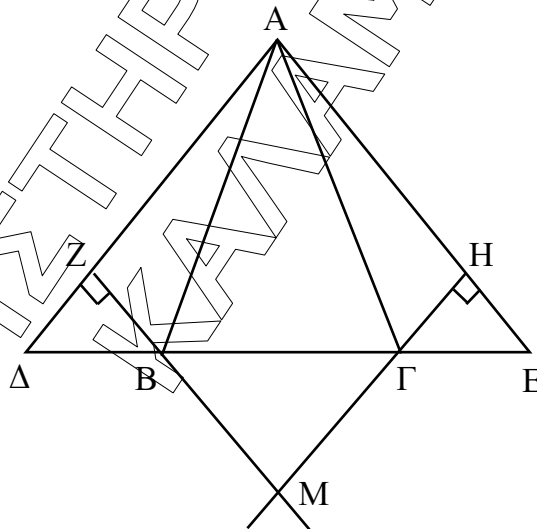
ΘΕΜΑ Α

A1. Παρ. 3.5 σελ. 62, Θεώρημα II

A2. α) Σωστό, β) Σωστό, γ) Λάθος.

A3. α. i, β. ii

ΘΕΜΑ Β

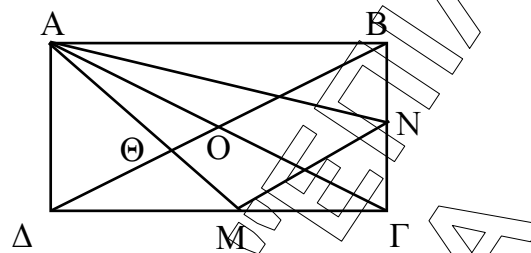


B1. Αφού $\Delta B = \Gamma E$, $AB = A\Gamma$, $\hat{A}B\Delta = \hat{A}\Gamma E$, (σαν παραπληρωματικές των προσκείμενων στη βάση του ισοσκελούς τριγώνου $AB\Gamma$, ίσων γωνιών B και Γ) θα είναι $\hat{A}B\Delta = \hat{A}\Gamma E$ οπότε $A\Delta = AE$, δηλαδή $\Delta A E$ ισοσκελές.

B2. Έχουμε $\Delta B = \Gamma E$, $\hat{Z} = \hat{H} = 90^\circ$ και $\hat{\Delta} = \hat{E}$ (προσκείμενες στη βάση του ισοσκελούς τριγώνου $\Delta A E$). Άρα $\Delta B Z = \Gamma E H$ οπότε $BZ = \Gamma H$.

- B3.** Έχουμε $\hat{MBΓ} = \hat{MΓB}$, σαν κατακορυφήν των ίσων γωνιών $\hat{ΔBZ}$ και $\hat{EΓH}$ των ίσων τριγώνων του προηγούμενου ερωτήματος, οπότε το τρίγωνο $BΓM$ είναι ισοσκελές.

ΘΕΜΑ Γ



- Γ1.** Είναι $AΓ = 2AΔ$ και $\hat{AΓΔ}$ ορθογώνιο στο Δ , οπότε $\hat{AΓΔ} = 30^\circ$ και $\hat{ΔAΓ} = 90^\circ - \hat{AΓΔ} = 60^\circ$.

Είναι $AO = \frac{1}{2} AΓ = AΔ$. Αφού διχοτομούνται και είναι ίσες οι διαγώνιες του ορθογωνίου θα έχουμε $\Delta O = \frac{1}{2} \cdot \Delta B = \frac{1}{2} \cdot AΓ = AΔ$.

Άρα το τρίγωνο $AOΔ$ είναι ισόπλευρο, δηλαδή οι γωνίες του είναι 60° η κάθε μία.

- Γ2.** Είναι ΔO διάμεσος του $\hat{AΔΓ}$ και AM διάμεσος του $\hat{AΔΓ}$, οπότε Θ βαρύκεντρο του $ABΓ$.

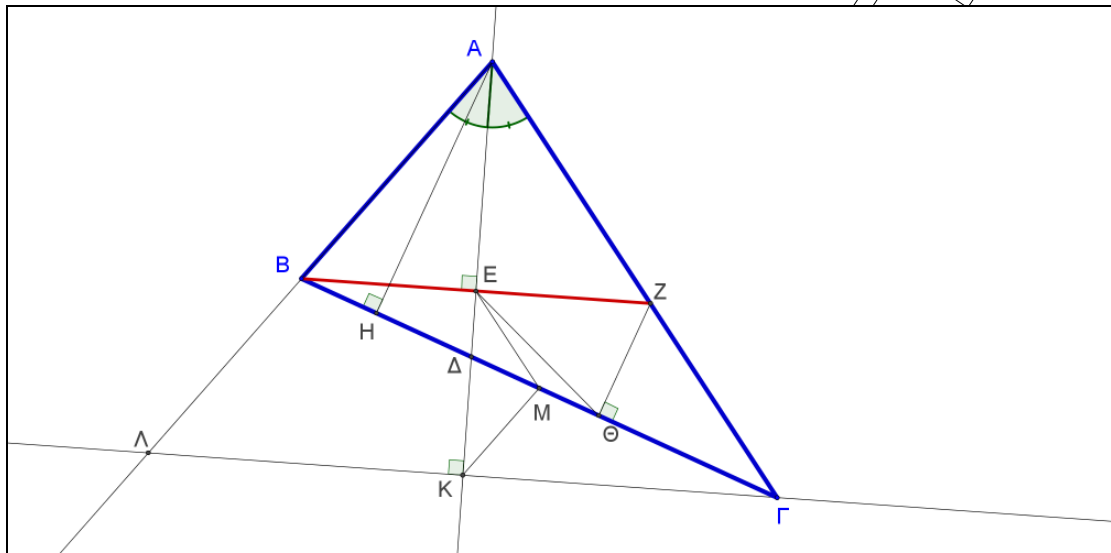
Άρα $\Delta\Theta = 2 \cdot \Theta O = 2\alpha$.

και $\Delta O = 3\Theta O = 3\alpha$ οπότε $BΔ = 2\Delta O = 6\alpha = AΓ$ (διότι οι διαγώνιες ορθογωνίου είναι ίσες).

Όμως $AΔ = \frac{1}{2} AΓ = \frac{1}{2} 6\alpha = 3\alpha$.

- Γ3.** Αφού M μέσο $\Delta\Gamma$ και N μέσο ΓB θα είναι $MN \parallel BΔ$ δηλαδή $BNMA$ τραπέζιο με διάμεσο $\delta = \frac{BΔ + MN}{2} = \frac{6\alpha + 3\alpha}{2} = \frac{9\alpha}{2}$ αφού το τμήμα MN είναι το μισό της $BΔ$.

ΘΕΜΑ Δ



- Δ1. Αφού ΑΕ είναι διχοτόμος και ύψος στο $\triangle ABZ$ θα είναι $\triangle ABZ$ ισοσκελές και ΑΕ διάμεσος, δηλαδή Ε μέσο του ΒΖ και $BE = EZ$. Στο ορθογώνιο τρίγωνο $\triangle Z\Theta B$ η ΘΕ είναι διάμεσος στην υποτείνουσα ΒΖ, άρα $E\Theta = \frac{BZ}{2} = BE$, οπότε το τρίγωνο ΒΕΘ είναι ισοσκελές.
- Δ2. Το τετράπλευρο ΑΒΗΕ είναι εγγράμιμο αφού η πλευρά ΑΒ φαίνεται από τις κορυφές Η και Ε με ίσες γωνίες $\hat{BHA} = \hat{BEA} = 90^\circ$.
- Δ3. Τα τρίγωνα $\triangle ABZ$ και $\triangle AL\Gamma$ είναι ισοσκελή αφού η διχοτόμος της γωνίας Α ταυτίζεται με τα αντίστοιχα ύψη τους. Άρα $AB = AZ$ και $AL = A\Gamma$ οπότε αφαιρώντας τις ισότητες κατά μέλη προκύπτει $BL = Z\Gamma$.
- Δ4. Τα Ε και Μ είναι μέσα των πλευρών ΒΖ και ΒΓ του τριγώνου ΒΖΓ οπότε $EM \parallel \frac{Z\Gamma}{2}$ και τα Μ και Κ είναι μέσα των πλευρών ΒΓ και ΛΓ του τριγώνου $\triangle B\Lambda\Gamma$ οπότε $MK \parallel \frac{B\Lambda}{2}$. Αφού $BL = Z\Gamma$ θα είναι και $EM = MK$, δηλαδή το τρίγωνο ΕΜΚ είναι ισοσκελές και από τις προηγούμενες παραλληλίες έχουμε $\hat{EM\Delta} = \hat{\Gamma}$ (εντός – εκτός και επί τα αυτά μέρη) και $\hat{BMK} = \hat{B}$ (εντός εναλλάξ), οπότε $\hat{EMK} = \hat{\Gamma} + \hat{B} = 180^\circ - \hat{A}$.