

ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Ημερομηνία: Κυριακή 13 Απριλίου 2014

Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

### ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

#### ΘΕΜΑ Α

**A1.** Δείξτε ότι τα εφαπτόμενα τμήματα κύκλου  $(O, \rho)$ , που άγονται από σημείο  $P$  εκτός αυτού, είναι ίσα μεταξύ τους.

**Μονάδες 15**

**A2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α)** Αν δύο ευθείες, τεμνόμενες από τρίτη ευθεία σχηματίζουν δύο εντός και επί τα αυτά μέρη γωνίες παραπληρωματικές τότε είναι παράλληλες.

**β)** Οι τρεις μεσοκάθετοι ενός τριγώνου διέρχονται υποχρεωτικά από το ίδιο σημείο το οποίο λέγεται περίκεντρο του τριγώνου.

**γ)** Η γωνία που σχηματίζεται από μία χορδή κύκλου και την εφαπτομένη στο άκρο της χορδής ισούται με την επίκεντρη που βαίνει στο τόξο της χορδής.

**Μονάδες 6**

**A3.** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση στις παρακάτω προτάσεις και να σημειώστε στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση το γράμμα της σωστής απάντησης.

**α)** Για την διάκεντρο δύο τεμνόμενων κύκλων ισχύει:

**i.** Είναι πάντοτε μεσοκάθετη της κοινής χορδής.

**ii.** Έχει πάντοτε μεσοκάθετη την κοινή χορδή.

**iii.** Είναι ίση με το άθροισμα των ακτίνων των κύκλων.

**β)** Ένα τετράπλευρο είναι πάντοτε εγγράψιμο αν:

**i.** Έχει δύο απέναντι γωνίες ίσες.

**ii.** Έχει δύο απέναντι γωνίες παραπληρωματικές.

iii. Οι απέναντι πλευρές έχουν σταθερό άθροισμα.

Μονάδες 4

### ΘΕΜΑ Β

Έστω ισοσκελές τρίγωνο  $ABΓ$  ( $AB = AΓ$ ). Στη προέκταση της βάσης  $BΓ$  προς το  $B$  παίρνουμε τμήμα  $BΔ$  και στη προέκταση της ίδιας βάσης προς το  $Γ$  παίρνουμε τμήμα  $ΓΕ$  ώστε  $BΔ = ΓΕ$ .

**B1.** Ναδειχθεί ότι το τρίγωνο  $AΔΕ$  είναι ισοσκελές.

Μονάδες 9

**B2.** Ναδειχθεί ότι οι αποστάσεις  $BΖ$  και  $ΓΗ$  των κορυφών  $B$  και  $Γ$  από τις πλευρές  $AΔ$  και  $AΕ$  αντίστοιχα, είναι ίσες.

Μονάδες 9

**B3.** Αν οι ευθείες  $BΖ$ ,  $ΓΗ$  τέμνονται στο  $M$ , ναδειχθεί ότι το τρίγωνο  $BΜΓ$  είναι ισοσκελές.

Μονάδες 7

### ΘΕΜΑ Γ

Σε ορθογώνιο παραλληλόγραμμο  $ABΓΔ$  η διαγώνιος  $AΓ$  είναι διπλάσια από την πλευρά  $AΔ$ . Αν  $O$  είναι το κέντρο του ορθογώνιου,  $M$  το μέσο της πλευράς  $ΓΔ$  και  $\Theta$  το σημείο τομής των  $AM$  και  $BΔ$  και  $\Theta O = \alpha$ , όπου  $\alpha$  γνωστό τμήμα, τότε:

**Γ1.** Δείξτε ότι  $\angle AΓ = 60^\circ$  και υπολογίστε τις γωνίες του τριγώνου  $AOΔ$ .

Μονάδες 9

**Γ2.** Δείξτε ότι το  $\Theta$  είναι το βαρύκεντρο του τριγώνου  $AΔΓ$  και να υπολογίστε σαν συνάρτηση του  $\alpha$  τα τμήματα:  $\Theta Δ$ ,  $AΓ$ ,  $AΔ$ .

Μονάδες 8

**Γ3.** Αν  $N$  μέσο της πλευράς  $BΓ$  τότε δείξτε ότι το τετράπλευρο  $BNMΔ$  είναι τραπέζιο με διάμεσο ίση με  $\frac{9\alpha}{2}$ .

Μονάδες 8

**ΘΕΜΑ Δ**

Έστω οξυγώνιο τρίγωνο  $\triangle AB\Gamma$  ( $AB < A\Gamma$ ),  $A\Delta$  διχοτόμος της γωνίας  $\hat{A}$  και  $M$  μέσο της πλευράς  $B\Gamma$ . Φέρνουμε την  $BE \perp A\Delta$ , η οποία τέμνει την  $A\Gamma$  στο σημείο  $Z$  και από το  $Z$  τη  $Z\Theta \perp B\Gamma$  και από το  $\Gamma$  την  $\Gamma K \perp A\Delta$ , που τέμνει την  $AB$  στο  $\Lambda$ .

- Δ1.** Δείξτε ότι το  $E$  είναι μέσο της  $BZ$  και ότι το τρίγωνο  $B\Theta E$  είναι ισοσκελές.  
**Μονάδες 6**
- Δ2.** Αν  $AH$  το ύψος του τριγώνου  $\triangle AB\Gamma$  τότε δείξτε ότι το τετράπλευρο  $ABHE$  είναι εγγράψιμο  
**Μονάδες 6**
- Δ3.** Δείξτε ότι  $Z\Gamma = B\Lambda$ .  
**Μονάδες 6**
- Δ4.** Δείξτε ότι το τρίγωνο  $\triangle EMK$  είναι ισοσκελές και ότι η γωνία  $\hat{EMK}$  είναι παραπληρωματική της γωνίας  $\hat{A}$ .  
**Μονάδες 7**