

**ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**

**ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ**

**Ημερομηνία: Κυριακή 21 Απριλίου 2013**

**Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες**

**ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Για τους πραγματικούς αριθμούς  $\alpha, \beta$ , να αποδείξετε ότι:

$$|\alpha \beta| = |\alpha| |\beta|$$

**Μονάδες 9**

**A2. α.** Αν  $\alpha > 0$ ,  $\mu$  ακέραιος και  $\nu$  θετικός ακέραιος, πώς ορίζεται ο αριθμός  $\alpha^\nu$ ;

**Μονάδες 3**

**β.** Τι ονομάζουμε κλειστό διάστημα από  $\alpha$  μέχρι  $\beta$ ;

**Μονάδες 3**

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α.** Αν  $\alpha > \beta$  και  $\gamma > 0$ , τότε  $\alpha\gamma > \beta\gamma$ .

**Μονάδες 2**

**β.** Για κάθε πραγματικό αριθμό  $\alpha$  ισχύει:  $\sqrt{\alpha^2} = \alpha$ .

**Μονάδες 2**

**γ.** Αν  $\alpha = 0$  και  $\beta \neq 0$ , τότε η εξίσωση  $\alpha x + \beta = 0$  έχει ακριβώς μια λύση.

**Μονάδες 2**

**δ.** Για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ , ισχύει  $|x| \geq x$ .

**Μονάδες 2**

**ε.** Αν η εξίσωση  $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$ , με  $\alpha \neq 0$ , έχει δύο άνισες ρίζες:  $x_1, x_2$ , τότε, ισχύει ότι  $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = \alpha(x - x_1)(x - x_2)$ .

**Μονάδες 2**

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνονται οι παραστάσεις:  $A = \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt{\sqrt{2} \sqrt[3]{2}}$  και  $B = \frac{1}{2+\sqrt{2}} + \frac{1}{2-\sqrt{2}}$ .

**B1.** Να αποδείξετε ότι  $A = 2$ .

**Μονάδες 10**

**B2.** Να αποδείξετε ότι  $B = 2$ .

**Μονάδες 8**

**B3.** Να λύσετε την εξίσωση  $x^3 = \frac{1}{A+\sqrt{A}} + \frac{1}{A-\sqrt{A}}$ .

**Μονάδες 7**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η ευθεία  $\varepsilon$  με εξίσωση:  $y = (|a-3|-1)x + (a^2+2|a|-3)$ ,  $a \in \mathbb{R}$ . Για ποιες τιμές του  $a$  η ευθεία  $\varepsilon$ :

**Γ1.** Είναι παράλληλη στην ευθεία  $y = x$ ;

**Μονάδες 7**

**Γ2.** Σχηματίζει οξεία γωνία με τον άξονα  $x'x$ ;

**Μονάδες 8**

**Γ3.** Διέρχεται από την αρχή  $O(0, 0)$  των αξόνων;

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται το τριώνυμο  $4x^2 - 4\lambda x + 5\lambda$ , με  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

**Δ1.** Να βρείτε τη διακρίνουσα του τριωνύμου και το πρόσημό της για τις διάφορες τιμές του  $\lambda$ .

**Μονάδες 7**

**Δ2.** Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda$  για τις οποίες:

**α.** Το τριώνυμο έχει δύο ρίζες άνισες.

**Μονάδες 3**

**β.** Η συνάρτηση  $f(x) = \sqrt{4x^2 - 4\lambda x + 5\lambda}$  έχει πεδίο ορισμού το  $\mathbb{R}$ .

**Μονάδες 4**

**Δ3.** Να εξετάσετε αν υπάρχει τιμή του  $\lambda$ , για την οποία το τριώνυμο έχει δύο ρίζες  $x_1, x_2$  με  $x_1 + x_2 = x_1 x_2 - 1$ .

**Μονάδες 5**

**Δ4.** Αν  $A$  είναι ένα ενδεχόμενο ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$  και  $A'$  το συμπληρωματικό του, να αποδείξετε ότι για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  ισχύει:

$$\left[ 4x^2 - 4P(A)x + 5P(A) \right] \left[ 4x^2 - 4P(A')x + 5P(A') \right] \left[ 4x^2 - 4P(\Omega)x + 5P(\Omega) \right] \geq 0$$

**Μονάδες 6**