

ΘΕΜΑ 2^ο

Την 29^η Μαρτίου στις 4 π.μ. οι θερμοκρασίες 20 πόλεων σε βαθμούς Κελσίου, ομαδοποιήθηκαν σε 4 κλάσεις ίσου πλάτους και δίνονται στον παρακάτω πίνακα :

Κλάσεις σε βαθμούς °C	v_i
[0,2)	2
[2,4)	4
[4,6)	6
[6,8)	8

- α) Να βρεθεί η μέση θερμοκρασία των πόλεων σε βαθμούς °C. Μονάδες 6
- β) Να κατασκευαστεί το ιστόγραμμα και το πολύγωνο αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων % και να εκτιμηθεί η διαμεσός της θερμοκρασίας. Μονάδες 7
- γ) Να υπολογίσετε την διακύμανση και να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές Μονάδες 6
- δ) Να βρεθεί τα ποσοστά των πόλεων με θερμοκρασία από 3 έως και 7 βαθμούς °C. Μονάδες 6

$$\text{Δίνεται } s^2 = \frac{1}{v} \left[\sum_{i=1}^k x_i^2 v_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^k x_i v_i \right)^2}{v} \right]$$

ΘΕΜΑ 3^ο

Έστω δειγματικός χώρος Ω με ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα όπου $\Omega = \{1, 2, 3, 4, \dots, 25\}$ και η συνάρτηση $f(x) = x^2 - kx + 9$, $k \in \Omega$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$. Επιλέγουμε τα παρακάτω ενδεχόμενα.

$$A = \{ k \in \Omega / k \text{ πολλαπλάσιο του } 3 \}$$

$$B = \{ k \in \Omega / \eta \text{ } f \text{ δεν έχει πραγματικές ρίζες} \}$$

$$\Gamma = \{ k \in \Omega / \text{το όριο } \lim_{x \rightarrow k} \frac{x^2 - kx}{\sqrt{x} - \sqrt{k}} \leq 16\sqrt{k} \}$$

- α) Να βρεθούν τα ενδεχόμενα A, B, Γ. Μονάδες 6
- β) Να βρεθούν οι πιθανότητες P(A) και P(Γ). Μονάδες 6
- γ) Να δείξετε ότι $P(B) = \frac{1}{5}$ και $P(A \cap B) = \frac{1}{25}$. Μονάδες 6
- δ) Να υπολογιστούν οι πιθανότητες $P(A \cup B)$, $P(A \cup B')$, $P(B - A')$. Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνονται τα ενδεχόμενα A και B ενός δειγματικού χώρου Ω που αποτελείται από ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα και η συνάρτηση

$$f(x) = \frac{P(A \cup B)}{2[P(A) + P(B)]} \cdot x^2 + \frac{P(B - A)}{P(A) + P(B)}, \quad x \in \mathbb{R}$$

για την οποία είναι γνωστό ότι η εφαπτομένη της γραφικής της παράστασης στο σημείο $K(1, f(1))$ είναι παράλληλη στην ευθεία $y = x + 2$.

- α) Να αποδείξετε ότι τα ενδεχόμενα A και B είναι ασυμβίβαστα. Μονάδες 7
- β) Αν $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$ και η γραφική παράσταση C_f της συνάρτησης f διέρχεται από το σημείο $\Lambda(0, \frac{1}{3})$ να υπολογιστούν P(A) και P(B). Μονάδες 6
- γ) Αν $P(A) = \frac{1}{2}$ και $P(B) = \frac{1}{4}$ να υπολογίσετε τα ακρότατα της συνάρτησης $g(x) = 6f(x) - 12x + 2019$. Μονάδες 6
- δ) Αν (ε) η εφαπτομένη της C_f στο σημείο $K(1, f(1))$ και $M_1(x_1, y_1)$, $M_2(x_2, y_2), \dots, M_{10}(x_{10}, y_{10})$ 10 σημεία της (ε) που οι τεταγμένες x_1, x_2, \dots, x_{10} έχουν μέση τιμή $-\frac{59}{6}$ και τυπική απόκλιση $S_x = 2$ να βρεθεί ο συντελεστής μεταβολής των τεταγμένων τους. Μονάδες 6