

Γ' ΤΑΞΗ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΕΠΑ.Λ

Α' ΟΜΑΔΑ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

Α. Σχολικό βιβλίο, σελίδα 175.

- Β. α. ΣΩΣΤΟ
 β. ΛΑΘΟΣ
 γ. ΛΑΘΟΣ
 δ. ΣΩΣΤΟ
 ε. ΛΑΘΟΣ

ΘΕΜΑ 2^ο

α. Περιορισμός: $x - 3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 3$
 Άρα το πεδίο ορισμού είναι : $A = (-\infty, 3) \cup (3, +\infty)$
 Η f είναι συνεχής στο A ως ρητή συνάρτηση.

β. Έχουμε: $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3} = \frac{(x - 3)(x - 2)}{x - 3} = x - 2$

Άρα: $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} (x - 2) = 3 - 2 = 1$

γ. $f'(x) = (x - 2)' = 1 - 0 = 1$
 $f''(x) = (1)' = 0$

δ. $\int_1^2 f'(x) dx = [f(x)]_1^2 = [x - 2]_1^2 = (2 - 2) - (1 - 2) = 0 - (-1) = 1$

ΘΕΜΑ 3^ο

α. Αφού η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο $A(0,5)$, έχουμε:

$$f(0) = 5 \Leftrightarrow a \cdot 0^4 - 2 \cdot 0^2 + \beta = 5 \Leftrightarrow \beta = 5$$

$$\text{Επίσης } f'(x) = (ax^4 - 2x^2 + \beta)' = 4ax^3 - 4x$$

Αφού η f παρουσιάζει ακρότατο στο σημείο $x_0 = -1$, έχουμε:

$$f'(-1) = 0 \Leftrightarrow 4a(-1)^3 - 4(-1) = 0 \Leftrightarrow -4a + 4 = 0 \Leftrightarrow -4a = -4 \Leftrightarrow a = 1$$






Άρα: $a = 1$ και $\beta = 5$, και έτσι: $f(x) = x^4 - 2x^2 + 5$ με $x \in [-2, 2]$

β. Έχουμε: $f'(x) = (x^4 - 2x^2 + 5)' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1) = 4x(x-1)(x+1)$

Βρίσκουμε τα σημεία που μηδενίζεται η f' :

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x(x-1)(x+1) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ή } x = 1 \text{ ή } x = -1$$

Τότε ο πίνακας μονοτονίας της συνάρτησης f είναι:

x	-2	-1	0	1	2
f'	-	+	-	+	-
f					
	τ.μ.	τ.ε.	τ.μ.	τ.ε.	τ.μ.

Από τον πίνακα βλέπουμε ότι η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα στα $[-2, -1]$ και $[0, 1]$, γνησίως αύξουσα στα $[-1, 0]$ και $[1, 2]$

Επίσης η συνάρτηση f παρουσιάζει:

- τοπικό μέγιστο στο $x = -2$ το $f(-2) = (-2)^4 - 2(-2)^2 + 5 = 16 - 8 + 5 = 13$
- τοπικό ελάχιστο στο $x = -1$ το $f(-1) = (-1)^4 - 2(-1)^2 + 5 = 1 - 2 + 5 = 4$
- τοπικό μέγιστο στο $x = 0$ το $f(0) = 0^4 - 2 \cdot 0^2 + 5 = 5$
- τοπικό ελάχιστο στο $x = 1$ το $f(1) = 1^4 - 2 \cdot 1^2 + 5 = 1 - 2 + 5 = 4$
- τοπικό μέγιστο στο $x = 2$ το $f(2) = 2^4 - 2 \cdot 2^2 + 5 = 16 - 8 + 5 = 13$

$$\begin{aligned} \gamma. \int_{-2}^2 f(x) dx &= \int_{-2}^2 (x^4 - 2x^2 + 5) dx = \int_{-2}^2 x^4 dx - \int_{-2}^2 2x^2 dx + \int_{-2}^2 5 dx = \\ &= \left[\frac{x^5}{5} \right]_{-2}^2 - \left[\frac{2x^3}{3} \right]_{-2}^2 + [5x]_{-2}^2 = \\ &= \left(\frac{2^5}{5} - \frac{(-2)^5}{5} \right) - \left(\frac{2 \cdot 2^3}{3} - \frac{2 \cdot (-2)^3}{3} \right) + (5 \cdot 2 - 5 \cdot (-2)) = \\ &= \left(\frac{32}{5} + \frac{32}{5} \right) - \left(\frac{16}{3} + \frac{16}{3} \right) + (10 + 10) = \\ &= \frac{64}{5} - \frac{32}{3} + 20 = \frac{192}{15} - \frac{160}{15} + \frac{300}{15} = \frac{332}{15} \end{aligned}$$

ΘΕΜΑ 4^ο

α. Αφού η συχνότητα της τρίτης κλάσης είναι τετραπλάσια από τη συχνότητα της πέμπτης κλάσης, έχουμε $\nu_5 = x$ και $\nu_3 = 4x$, και έτσι:

$$3 + 5 + 4x + 7 + x = 25 \Leftrightarrow 5x + 15 = 25 \Leftrightarrow 5x = 25 - 15 \Leftrightarrow 5x = 10 \Leftrightarrow x = 2$$

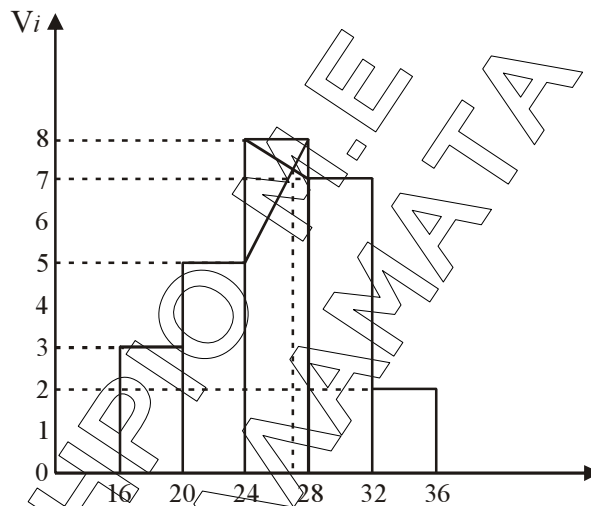
Άρα: $\nu_5 = 2$ και $\nu_3 = 8$

Συμπληρώνουμε τον πίνακα:

Κλάσεις	K_i	v_i	$K_i v_i$
[16,20)	18	3	54
[20,24)	22	5	110
[24,28)	26	8	208
[28,32)	30	7	210
[32,36)	34	2	68
		25	650

Η μέση τιμή είναι: $\bar{x} = \frac{650}{25} = 26$

β. Κάνουμε ιστόγραμμα συχνοτήτων:

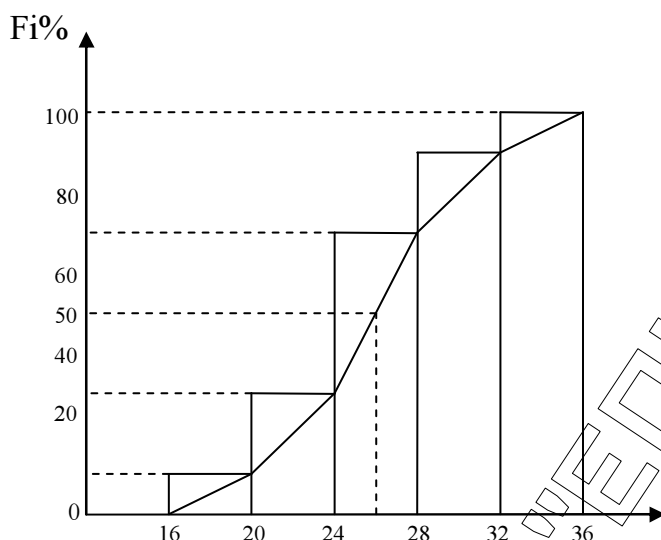


Η επικρατούσα τιμή είναι το 27.

γ. Συμπληρώνουμε τον πίνακα:

Κλάσεις	K_i	v_i	f_i	$f_i\%$	$F_i\%$
[16,20)	18	3	0,12	12	12
[20,24)	22	5	0,2	20	32
[24,28)	26	8	0,32	32	64
[28,32)	30	7	0,28	28	92
[32,36)	34	2	0,08	8	100
		25	1	100	-

Κάνουμε το πολύγωνο αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων:



Διάμεσος είναι το 26.

δ. Συμπληρώνουμε τον πίνακα:

Κλάσεις	K_i	v_i	$K_i v_i$	$K_i - \bar{x}$	$(K_i - \bar{x})^2$	$v_i (K_i - \bar{x})^2$
[16,20)	18	3	54	-8	64	192
[20,24)	22	5	110	-4	16	80
[24,28)	26	8	208	0	0	0
[28,32)	30	7	210	4	16	112
[32,36)	34	2	68	8	64	128
		25	650	-	-	512

Η διακύμανση είναι: $s^2 = \frac{512}{25} = 20,48$

Και η τυπική απόκλιση είναι: $s = \sqrt{20,48} \cong 4,5$

ε. Ο συντελεστής μεταβλητότητας είναι:

$$CV = \frac{4,5}{26} \cdot 100 \cong 17,3\%$$

Άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.