Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΑΛΓΕΒΡΑ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Ορισμός σχολικού βιβλίου, σελ. 63.

Β. Απόδειξη, σελ. 45, σχολικού βιβλίου.

Γ. **α.** Λ

β. Σ

γ. Λ

δ. Σ

ε. Λ

ΘΕΜΑ 2ο

α.

$$D=\begin{vmatrix} \lambda+2 & 5 \\ 1 & \lambda-2 \end{vmatrix}=\lambda^2-4-5=\lambda^2-9=(\lambda+3)(\lambda-3)$$

$$D_x=\begin{vmatrix} 5 & 5 \\ -5 & \lambda-2 \end{vmatrix}=5(\lambda-2)+25=5\lambda-10+25=5\lambda+15=5(\lambda+3)$$

$$D_y=\begin{vmatrix} \lambda+2 & 5 \\ 1 & -5 \end{vmatrix}=-5(\lambda+2)-5=-5\lambda-10-5=-5\lambda-15=-5(\lambda+3)$$

β. Αν $D\neq 0$, τότε $(\lambda+3)(\lambda-3)\neq 0$, οπότε $\lambda\neq -3$ και $\lambda\neq 3$, επομένως το σύστημα έχει μοναδική λύση την:

$$x=\frac{D_x}{D}=\frac{5(\lambda+3)}{(\lambda+3)(\lambda-3)}=\frac{5}{\lambda-3}$$

$$y=\frac{D_y}{D}=\frac{-5(\lambda+3)}{(\lambda+3)(\lambda-3)}=\frac{-5}{\lambda-3}$$

Αν $D=0 \iff \lambda=-3$ ή $\lambda=3$

i)

$$\lambda=-3 \Rightarrow \left.\begin{array}{r} -x+5y=5 \\ x-5y=-5 \end{array}\right\} \begin{array}{c}\cdot(-1)\\ \Leftrightarrow\end{array} \left.\begin{array}{r} x-5y=-5 \\ x-5y=-5 \end{array}\right\} \Leftrightarrow x-5y=-5 \Leftrightarrow$$

$x=5y-5$, $y\in\Re$

(x, y) = (5y -5, y), $y\in\Re$, άπειρες λύσεις

ii)

$$\lambda=3 \Rightarrow \left.\begin{array}{r} 5x+5y=5 \\ x+y=-5 \end{array}\right\} \begin{array}{c}:5\\ \Leftrightarrow\end{array} \left.\begin{array}{r} x+y=1 \\ x+y=-5 \end{array}\right\} \Leftrightarrow 1=-5$$

αδύνατο

γ.

$x_0=\dfrac{5}{\lambda-3}$, $y_0=\dfrac{-5}{\lambda-3}$

$$\left|\frac{5}{x_o}-\frac{5}{y_o}\right|=1 \Leftrightarrow \left|\frac{5}{\frac{5}{\lambda-3}}-\frac{5}{-\frac{5}{\lambda-3}}\right|=1 \Leftrightarrow |\lambda-3+\lambda-3|=1 \Leftrightarrow$$

$$|2\lambda-6|=1 \Leftrightarrow 2\lambda-6=1 \quad ή \quad 2\lambda-6=-1 \Leftrightarrow \lambda=\frac{7}{2} \quad ή \quad \lambda=\frac{5}{2} \quad (\text{δεκτές})$$

ΘΕΜΑ 3ο

α. Αφού η εξίσωση έχει δύο ρίζες άνισες, τότε

$$\Delta \succ 0 \Leftrightarrow (1-\lambda)^2-4 \succ 0 \Leftrightarrow (1-\lambda)^2 \succ 4 \Leftrightarrow |1-\lambda| \succ 2$$

β. $|1-\lambda| \succ 2 \Leftrightarrow 1-\lambda \succ 2 \quad ή \quad 1-\lambda \prec -2 \Leftrightarrow 1-2 \succ \lambda \quad ή \quad 1-2 \prec \lambda$

$\lambda \prec -1 \quad ή \quad \lambda \succ 3$

γ. Από τους τύπους του Vieta

$$\mathrm{K}=x_1+x_2=-\frac{\beta}{\alpha}=-\frac{1-\lambda}{1}=\lambda-1$$

$$\Lambda=x_1\cdot x_2=\frac{\gamma}{\alpha}=1$$

$$\mathrm{M}=\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{x_1+x_2}{x_1\cdot x_2}=\frac{\lambda-1}{1}=\lambda-1$$

δ. $\lambda x_1 x_2 (x_1 + x_2) + 3(x_1 + x_2) = 5$

$$\lambda \cdot 1 \cdot (\lambda - 1) + 3 \cdot (\lambda - 1) = 5$$
$$\lambda^2 - \lambda + 3\lambda - 3 - 5 = 0$$
$$\lambda^2 + 2\lambda - 8 = 0$$

$$\left.\begin{array}{l} \lambda = 2 \quad ή \quad \lambda = -4 \\ \lambda \prec -1 \quad ή \quad \lambda \succ 3 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \lambda = -4, \text{ δεκτή}$$

ΘΕΜΑ 4ο

α.

$$\left.\begin{array}{l} f(-2) = f(4) \\ f(2) = f(-1) \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left.\begin{array}{l} 2\alpha \cdot (-2) - 5 = 4 + \beta \\ 2 + \beta = 2\alpha(-1) - 5 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left.\begin{array}{l} -4\alpha - 5 = 4 + \beta \\ 2 + \beta = -2\alpha - 5 \end{array}\right\} \Leftrightarrow$$

$$-4\alpha - \beta = 9$$
$$2\alpha + \beta = -7$$
$$\overline{-2\alpha = 2 \quad \Leftrightarrow \quad \alpha = -1}$$

$$\left.\begin{array}{r} \alpha = -1 \\ 2\alpha + \beta = -7 \end{array}\right\} \Leftrightarrow 2 \cdot (-1) + \beta = -7 \Leftrightarrow \beta = -5$$

β. $\lambda\varepsilon_1 = \lambda\varepsilon_2 \Leftrightarrow \lambda^4 + 2 = 13\lambda^2 - 34 \Leftrightarrow \lambda^4 - 13\lambda^2 + 36 = 0 \Leftrightarrow$

$$\left.\begin{array}{l} (\lambda^2)^2 - 13\lambda^2 + 36 = 0 \\ θέτω \quad \lambda^2 = \omega \end{array}\right\} \Leftrightarrow \omega^2 - 13\omega + 36 = 0 \Leftrightarrow \omega_1 = 4 \ ή \ \omega_2 = 9$$

$$\lambda^2 = 4 \Leftrightarrow \lambda = \pm 2$$

$$\lambda^2 = 9 \Leftrightarrow \lambda = \pm 3$$

γ. το πεδίο ορισμού της *f* είναι Α = [-5,5)

- $-5 \le x \prec 2$

  $f(x) = 1 \Leftrightarrow -2x - 5 = 1 \Leftrightarrow -2x = 6 \Leftrightarrow x = -3$ δεκτή

- $2 \le x \prec 5$

  $f(x) = 1 \Leftrightarrow x - 5 = 1 \Leftrightarrow x = 6$ απορρίπτεται