



Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΑΛΓΕΒΡΑ

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο

- A.** Να γράψετε τον ορισμό της συνάρτησης από ένα σύνολο A σε ένα σύνολο B .
(μονάδες 5)
- B.** Αν $a, \beta \geq 0$, να αποδείξετε ότι: $\sqrt{a} \cdot \sqrt{\beta} = \sqrt{a \cdot \beta}$
(μονάδες 10)
- Γ.** Να σημειώσετε ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ).
- α)** Για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ισχύει: $|\alpha + \beta| = |\alpha| + |\beta|$
- β)** Η γραφική παράσταση μίας συνάρτησης f τέμνει κάθε κατακόρυφη ευθεία σε ένα το πολύ σημείο.
- γ)** Αν D, D_x, D_y οι οριζούσες ενός συστήματος δύο γραμμικών εξισώσεων με δύο αγνώστους, με $D = D_x = D_y \neq 0$, τότε το σύστημα έχει πάντα άπειρο πλήθος λύσεων.
- δ)** Αν στην εξίσωση $ax^2 + bx + \gamma = 0$, $a \neq 0$, ισχύει $a \cdot \gamma < 0$ τότε η εξίσωση έχει δύο ρίζες άνισες.
- ε)** Αν $\gamma \neq 0$, τότε $a > \beta \Leftrightarrow a\gamma > \beta\gamma$.
(μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται το σύστημα
$$\begin{cases} (\lambda + 2)x + 5y = 5 \\ x + (\lambda - 2)y = -5 \end{cases}$$

- α)** Να βρείτε τις τιμές των οριζουσών D, D_x, D_y
(μονάδες 6)
- β)** Να λύσετε το σύστημα για τις διάφορες τιμές του λ .
(μονάδες 12)
- γ)** Αν (x_0, y_0) η μοναδική λύση του παραπάνω συστήματος, να βρείτε το λ ώστε
$$\left| \frac{5}{x_0} - \frac{5}{y_0} \right| = 1$$

(μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η εξίσωση: $x^2 + (1 - \lambda)x + 1 = 0$, με $\lambda \in \mathbb{R}$ η οποία έχει δύο ρίζες αντίστροφες τις x_1 και x_2 .

- α) Να δείξετε ότι $|1 - \lambda| > 2$ (μονάδες 7)
- β) Να υπολογίσετε τις τιμές του λ . (μονάδες 6)
- γ) Να εκφράσετε σαν συνάρτηση του λ τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων
 $K = x_1 + x_2$, $\Lambda = x_1 \cdot x_2$, $M = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ (μονάδες 6)
- δ) Να βρείτε το λ ώστε να ισχύει: $\lambda x_1 x_2^2 + \lambda x_1^2 x_2 + 3x_1 + 3x_2 = 5$ (μονάδες 6)

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} 2ax - 5, & -5 \leq x < 2 \\ x + \beta, & 2 \leq x < 5 \end{cases}$ $a, \beta \in \mathbb{R}$

Για την οποία ισχύουν: $f(-2) = f(4)$ και $f(2) = f(-1)$

- α) Να δείξετε ότι $a = -1$ και $\beta = -5$. (μονάδες 7)
- β) Να βρείτε το $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε οι ευθείες
 $(\varepsilon_1): y = (\lambda^2 + 2)x + f(1)$ και
 $(\varepsilon_2): y = f(-3) + (13\lambda^2 - 34)x$, να είναι παράλληλες (μονάδες 8)
- γ) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f και στη συνέχεια να λύσετε την εξίσωση:
 $\frac{f(x)}{f(x) - 1} = 1$ (μονάδες 10)