Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΓΕΝΙΚΗ ΠΑΙΔΕΙΑ

ΑΛΓΕΒΡΑ
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Ενδεικτικές Λύσεις

Α. α. Α -3 Β -1 Γ -6 Δ-4
 β. Σχολικό βιβλίο Σελ.103

Β. α. i) β
 ii) β

 β. α – Σ
 β - Σ
 γ – Σ
 δ –Λ
 ε - Λ

ΘΕΜΑ 2ο

Ενδεικτικές Λύσεις

Α. α) Πρέπει

$$\left.\begin{array}{l} P(-2)=0 \\ P(-1)=-16 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left.\begin{array}{l} 4\alpha-2\beta=36 \\ \alpha-\beta=6 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \begin{array}{l} \alpha=12 \\ \beta=6 \end{array}$$

Άρα $P(x)=2x^3+12x^2+6x-20$

β) Αφού P(-2)=0 άρα -2 ρίζα του P(x). Με Horner έχουμε

$$2(x+2)(x^2+4x-5)=0 \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x+2=0 \\ ή \\ x+4x-5=0 \end{array}\right\} \Leftrightarrow x=-2 \quad ή \quad x=1 \quad ή \quad x=-5$$

γ) $2(x+2)\,(x^2+4x-5)>0$ με ρίζες -5, -2, 1

x	$-\infty$		-5		-2		1		$+\infty$
$x+2$	-			-	0	+		+	
x^2+4x-5	+		0	-		-	0	+	
$2(x+2)\,(x^2+4x-5)$	-		0	+	0	-	0	+	

Άρα $x \in (-5,-2) \cup (1,+\infty)$

ΘΕΜΑ 3ο

α. εφx$=-\sqrt{3} \Leftrightarrow x = \kappa\pi - \dfrac{\pi}{3}, \kappa \in Z$

β. i)

$x_{\kappa+1} - x_{\kappa} = \ldots = \pi$

κ=1 $\pi - \dfrac{\pi}{3}$

κ=2 $2\pi - \dfrac{\pi}{3}$

κ=3 $3\pi - \dfrac{\pi}{3}$

Αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου με $\alpha_1 = \pi - \dfrac{\pi}{3}$, $\omega = \pi$

ii). Με τύπους αριθμητικής προόδου

$\alpha_\nu = \alpha_1 + (\nu-1)\omega$ με $\alpha_1 = \dfrac{2\pi}{3}$ και $\omega = \pi$

$\alpha_\nu = \dfrac{2\pi}{3} + (\nu-1)\pi$

$\alpha_\nu = \dfrac{(3\nu-1)\pi}{3} = \dfrac{6017\pi}{3} \Leftrightarrow \boxed{\nu = 2006}$

$\kappa\pi - \dfrac{\pi}{3} = \dfrac{6017\pi}{3}$

ή

$\dfrac{(3\kappa-1)\pi}{3} = \dfrac{6017\pi}{3}$

$3\kappa - 1 = 6017\pi$

$\boxed{\kappa = 2006}$

iii) $X_1+X_2+\ldots+X_{30}=S_{30}=\ldots=455\pi$

ΘΕΜΑ 4ο

α. Η εξίσωση είναι ισοδύναμη

$\ell n(2-\eta\mu x)=\ell n3+\ell n(\sigma\upsilon\nu 2x) \Leftrightarrow$

$\ell n(2-\eta\mu x)=\ell n(3\sigma\upsilon\nu 2x) \Leftrightarrow 2-\eta\mu x=3(1-\eta\mu^2 x) \Leftrightarrow 6\eta\mu^2 x-\eta\mu x-1=0 \Leftrightarrow \eta\mu x=\frac{1}{2}$

επειδή $x \in \left(0,\frac{\pi}{4}\right)$

β. $\ell n\alpha+\ell n\alpha^2+\ldots+\ell n\alpha^{100}=5050$

$\ell n\alpha(1+2+\ldots+100)=5050$ Επειδή 1+2+....+100=5050

$\ell n\alpha=1 \Leftrightarrow \alpha=e$

γ. f(α). f(β),f(γ) ⟶ διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου δηλ για τους $\ell n\alpha, \ell n\beta, \ell n\gamma$ ισχύει

$2\ell n\beta=\ell n\alpha+\ell n\gamma \Leftrightarrow \beta^2=\alpha\gamma \to$ δηλ $\alpha,\beta,\gamma \to$ διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου

δ. $\ell nx\sqrt{\ell nx}+\ell nx-12>0$ $\boxed{\text{Περιορισμός } x\geq 1}$ θέτουμε $\sqrt{\ell nx}=y$ άρα

$y^3+y^2-12>0 \overset{\text{Horner}}{\Leftrightarrow} (y-2)\underbrace{\left(y^2+3y+6\right)}_{\substack{\Delta<0 \\ \text{Πάντα } +}}>0 \Leftrightarrow y>2 \Leftrightarrow \sqrt{\ell nx}>2 \Leftrightarrow \ell nx>4 \Leftrightarrow x>e^4$