ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β΄ ΤΑΞΗΣ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΣΑΒΒΑΤΟ 10 ΙΟΥΝΙΟΥ 2000
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^{ο}

Α1. Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ με διάμεσο ΑΜ να αποδείξετε ότι το άθροισμα των τετραγώνων δύο πλευρών του ισούται με το διπλάσιο του τετραγώνου της διαμέσου που περιέχεται μεταξύ των πλευρών αυτών, αυξημένο κατά το μισό του τετραγώνου της τρίτης πλευράς, δηλαδή

$$AB^2 + A\Gamma^2 = 2AM^2 + \frac{B\Gamma^2}{2}$$

Μονάδες 10

Α2. Σε τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ<ΑΓ να συμπληρώσετε τη σχέση

$$A\Gamma^2 - AB^2 = \cdots\cdots\cdots$$

ώστε να εκφράζει το δεύτερο θεώρημα των διαμέσων.

Μονάδες 2,5

Β. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση για καθένα από τα ερωτήματα Β1 και Β2.

Β1. Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται: $\beta = 8$, $\gamma = 6$ και $\mu_\alpha = 5$. Η πλευρά α είναι ίση με:
Α. 7 Β. 4 Γ. 10 Δ. 9 Ε. 11

Μονάδες 6,5

Β2. Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται $\alpha = 4$, $\beta = 7$, $\gamma = 5$, ΑΔ το ύψος και ΑΜ η διάμεσος. Η προβολή ΔΜ της διαμέσου ΑΜ πάνω στη πλευρά α είναι ίση με:
Α. 4 Β. 8 Γ. 8/3 Δ. 5 Ε. 3

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 2^{ο}

Δίνεται ορθογώνιο τραπέζιο ΑΒΓΔ με ΑΒ//ΓΔ, ΑΒ<ΓΔ, $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^{o}$, ΑΒ = 4, ΑΔ = 3, ΒΓ = 5.
Να υπολογίσετε:

α. την προβολή της ΒΓ πάνω στην ΔΓ

Μονάδες 9

β. το εμβαδόν του τραπεζίου ΑΒΓΔ

Μονάδες 9

γ. το εμβαδόν του τριγώνου ΔΒΓ

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 3ο

Σε κύκλο (O,R) είναι εγγεγραμμένο ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρά ΑΒ = 15. Να υπολογίσετε:

α. την ακτίνα R του κύκλου

Μονάδες 6

β. το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου (O,R)

Μονάδες 6

γ. το εμβαδόν του ισοπλεύρου τριγώνου ΑΒΓ

Μονάδες 6

δ. το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τον κύκλο και το ισόπλευρο τρίγωνο.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4^{o}

Δίνεται κύκλος (O,R) και μια διάμετρός του ΑΒ. Από ένα σημείο Μ του κύκλου, διαφορετικό των Α και Β, φέρουμε κάθετη στη διάμετρο ΑΒ, που τέμνει τον κύκλο στο σημείο Ζ και τη διάμετρο στο σημείο Δ. Επί της ΑΒ θεωρούμε το ευθύγραμμο τμήμα ΟΓ=ΟΔ και φέρουμε τη ΜΓ, που τέμνει τον κύκλο στο σημείο Ε. Να αποδείξετε ότι:

α. $M\Delta^2 = A\Delta \cdot \Delta B$

Μονάδες 6

β. $M\Gamma \cdot \Gamma E = M\Delta \cdot \Delta Z = R^2 - O\Delta^2$.

Μονάδες 6

γ. $M\Gamma^2 + M\Delta^2 = 2(R^2 + O\Delta^2)$

Μονάδες 5

δ. $\dfrac{M\Gamma}{\Gamma E} + \dfrac{M\Delta}{\Delta Z} = 2\dfrac{R^2 + O\Delta^2}{R^2 - O\Delta^2}$

Μονάδες 8

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!