

**ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β΄ ΤΑΞΗΣ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**  
**ΠΕΜΠΤΗ 22 ΙΟΥΝΙΟΥ 2000**  
**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ: ΑΛΓΕΒΡΑ**

**ΘΕΜΑ 1ο**

**A.1.** Να γράψετε τον τύπο που δίνει το νιοστό όρο αν μιας αριθμητικής προόδου  $(a_n)$ , που έχει πρώτο όρο  $a_1$  και διαφορά  $\omega$ .

**Μονάδες 3**

**A.2.** Να γράψετε τη σχέση μεταξύ των πραγματικών αριθμών  $\alpha, \beta, \gamma$  έτσι, ώστε οι αριθμοί αυτοί, με τη σειρά που σας δίνονται, να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

**Μονάδες 3**

**A.3.** Να αποδείξετε ότι το άθροισμα  $S_n$  των πρώτων  $n$  όρων μιας γεωμετρικής προόδου  $(a_n)$ , που έχει πρώτο όρο  $a_1$  και λόγο  $\lambda \neq 1$ , είναι:

$$S_n = a_1 \cdot \frac{\lambda^n - 1}{\lambda - 1}$$

**Μονάδες 6,5**

**B.1.** Στη Στήλη Α δίνεται ο πρώτος όρος  $a_1$  και η διαφορά  $\omega$  τριών αριθμητικών προόδων και στη στήλη Β ο νιοστός όρος  $a_n$  τεσσάρων αριθμητικών προόδων. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα της Στήλης Α και δίπλα σε κάθε γράμμα τον αριθμό της Στήλης Β που αντιστοιχεί στο σωστό νιοστό όρο.

Στήλη Α	Στήλη Β
α. $a_1 = 1, \omega = -2$	1. $a_n = -n$
β. $a_1 = 0, \omega = 3$	2. $a_n = 4n - 3$
γ. $a_1 = -1, \omega = -1$	3. $a_n = 3 - 2n$
	4. $a_n = 3n - 3$

**Μονάδες 6**

**B.2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

**α.** Οι αριθμοί  $-5, 5, 15$ , με τη σειρά που σας δίνονται, είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

**β.** Ο εικοστός όρος της αριθμητικής προόδου  $10, 7, 4, \dots$  είναι ίσος με 20.

**γ.** Σε κάθε αριθμητική πρόοδο  $(a_n)$  για τους όρους της  $a_2, a_4, a_6$  ισχύει η σχέση  $2a_4 = a_2 + a_6$ .

**Μονάδες 4,5**

**B.3.** Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Αν σε μια γεωμετρική πρόοδο ο πρώτος όρος είναι ίσος με 1 και ο λόγος ίσος με 2, τότε το άθροισμα των πρώτων  $n$  όρων της είναι ίσο με:

- Α.  $\frac{2^n - 1}{2}$ , Β.  $2^{n-1}$ , Γ.  $2^n - 1$ , Δ.  $1 - 2^n$ ,  
Ε. Κανένα από τα προηγούμενα.

**Μονάδες 2**

### ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = ax^3 + (\beta - 1)x^2 - 3x - 2\beta + 6$ , όπου  $a, \beta$  πραγματικοί αριθμοί.

- α. Αν ο αριθμός 1 είναι ρίζα του πολυωνύμου  $P(x)$  και το υπόλοιπο της διαίρεσης του  $P(x)$  με το  $x+1$  είναι ίσο με 2, τότε να δείξετε ότι  $a = 2$  και  $\beta = 4$ .

**Μονάδες 15**

- β. Για τις τιμές των  $a$  και  $\beta$  του ερωτήματος α), να λύσετε την εξίσωση  $P(x) = 0$ .

**Μονάδες 10**

### ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 2\eta\mu\chi\sigma\upsilon\eta x - 2\eta\mu^2 x - 4\sigma\upsilon\eta^2 x$ , όπου  $x$  πραγματικός αριθμός.

- α. Να μετατρέψετε τη συνάρτηση  $f$  στη μορφή  $f(x) = \rho\eta\mu(2x + \varphi) + k$ , όπου  $\rho, \varphi, k$  πραγματικοί αριθμοί και  $\rho \geq 0$ .

**Μονάδες 9**

- β. Να βρείτε για ποιες τιμές του  $x$  η συνάρτηση  $f$  παίρνει τη μέγιστη τιμή και ποια είναι αυτή.

**Μονάδες 6**

- γ. Να λύσετε την εξίσωση  $f(x) - f\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}$  στο διάστημα  $[0, \pi]$ .

**Μονάδες 10**

### ΘΕΜΑ 4ο

Ένας πληθυσμός βακτηριδίων τριπλασιάζεται σε αριθμό κάθε μια ώρα.

- Α. Αν αρχικά υπάρχουν 10 βακτηρίδια, να βρείτε το πλήθος των βακτηριδίων ύστερα από 6 ώρες.

**Μονάδες 9**

- Β. Στο τέλος της έκτης ώρας ο πληθυσμός των βακτηριδίων ψεκάζεται με μια ουσία, η οποία σταματά τον πολλαπλασιασμό τους και συγχρόνως προκαλεί την καταστροφή  $3^3 \cdot 10$  βακτηριδίων κάθε ώρα.

- Β.1. Να βρείτε το πλήθος των βακτηριδίων που απομένουν 20 ώρες μετά τον ψεκασμό.

**Μονάδες 8**

**B.2.** Μετά από πόσες ώρες από τη στιγμή του ψεκασμού θα καταστραφούν όλα τα βακτηρίδια;

**Μονάδες 8**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!**