# ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
# Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
# ΔΕΥΤΕΡΑ 20 ΜΑΪΟΥ 2013 - ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

## ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

Φροντιστήριο "ΕΠΙΛΟΓΗ" Καλαμάτα

### ΘΕΜΑ Α

**Α1.** Θεωρία σχολικό σελ. 28
**Α2.** Θεωρία σχολικό σελ. 14
**Α3.** Θεωρία σχολικό σελ. 87
**Α4.** α) $\rightarrow$ Λάθος
β) $\rightarrow$ Σωστό
γ) $\rightarrow$ Λάθος
δ) $\rightarrow$ Λάθος
ε) $\rightarrow$ Λάθος

### ΘΕΜΑ Β

**Β1.** $$P(\omega_1) = -\frac{1}{2}\lim_{x\to -1}\frac{\sqrt{x^2+x+1}-1}{x^3+x^2} = -\frac{1}{2}\lim_{x\to -1}\frac{x^2+x+1-1}{x^2(x+1)\left(\sqrt{x^2+x+1}+1\right)} =$$

$$= -\frac{1}{2}\lim_{x\to -1}\frac{x(x+1)}{x^2(x+1)\left(\sqrt{x^2+x+1}+1\right)} = -\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{-(1+1)} = \frac{1}{4}$$

$$f'(x) = \frac{x}{3}\cdot\frac{1}{x} + \frac{\ell n x}{3} = \frac{1}{3} + \frac{\ell n x}{3} = \frac{1+\ell n x}{3}$$

$$P(\omega_3) = f'(1) = \frac{1+\ln 1}{3} = \frac{1}{3}$$

**Β2.** $A' = \{\omega_2, \omega_3\}$

Επειδή $\{\omega_3\} \subseteq A' \Rightarrow P(\omega_3) \le P(A') \Leftrightarrow \frac{1}{3} \le P(A')$

$$P(A') \le \frac{3}{4} \Leftrightarrow 1 - P(A) \le \frac{3}{4} \Leftrightarrow P(A) \ge \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{4} \le P(\omega_1) + P(\omega_4) \Leftrightarrow \frac{1}{4} \le \frac{1}{4} + P(\omega_4) \Leftrightarrow P(\omega_4) \ge 0$$

ισχύει.

**Β3.** $P(A') = \frac{3}{4} \Leftrightarrow P(\omega_3) + P(\omega_2) = \frac{3}{4}$

Όμως

$$P(\omega_1)+P(\omega_2)+P(\omega_3)+P(\omega_4)=1 \Leftrightarrow \frac{1}{4}+P(\omega_2)+\frac{3}{4}+P(\omega_4)=1 \Leftrightarrow P(\omega_4)=0$$

$$P(\omega_2)=\frac{3}{4}-P(\omega_3)=\frac{3}{4}-\frac{1}{3}=\frac{9-4}{12}=\frac{5}{12}$$

Επειδή $A-B=\{\omega_4\}$ και $B-A=\{\omega_3\}$ τότε

$$P((A-B)\cup P(B-A))=P(A-B)+P(B-A)=P(\omega_4)+P(\omega_3)=\frac{1}{3}$$

$$\left.\begin{matrix} A'=\{\omega_2,\omega_3\} \\ B'=\{\omega_2,\omega_4\} \end{matrix}\right\} A'-B'=\{\omega_3\} \text{ τότε } P(A'-B')=P(\omega_3)=\frac{1}{3}$$

**ΘΕΜΑ Γ**

**Γ1.** $3c+\frac{c}{2}=85-50 \Leftrightarrow 3c+\frac{c}{2}=35 \Leftrightarrow \frac{7c}{2}=35 \Leftrightarrow c=10$

**Γ2.**

Έχουμε, δ = 75 μέσω της $3^{ης}$ κλάσης.

άρα έχουμε $f_1+f_2+\frac{f_3}{2}=0,5$ και

$$\frac{f_3}{2}+f_4=0,5 \overset{f_4=2f_3}{\Leftrightarrow} \frac{f_3}{2}+2f_3=0,5 \Leftrightarrow \frac{5f_3}{2}=0,5 \Rightarrow f_3=0,2$$

Άρα $f_3=0,2$ και $f_4=0,4$

$$f_1+f_2+\frac{f_3}{2}=0,5 \Rightarrow f_1+f_2+0,1=0,5 \Rightarrow f_1+f_2=0,4(2)$$

$$\bar{x}=\sum_{i=1}^{4} x_i f_i = 55f_1+65f_2+75\cdot 0,2+85\cdot 0,4=74$$

$$\Leftrightarrow 55f_1+65(0,4-f_1)+75\cdot 0,2+85\cdot 0,4=74$$

$$\Leftrightarrow 55f_1+26-65f_1+15+34=74$$

$$\Leftrightarrow -10f_1=74-26-15-34$$

$$\Leftrightarrow f_1=\frac{1}{10}=0,1 \text{ οπότε } f_2=0,3$$

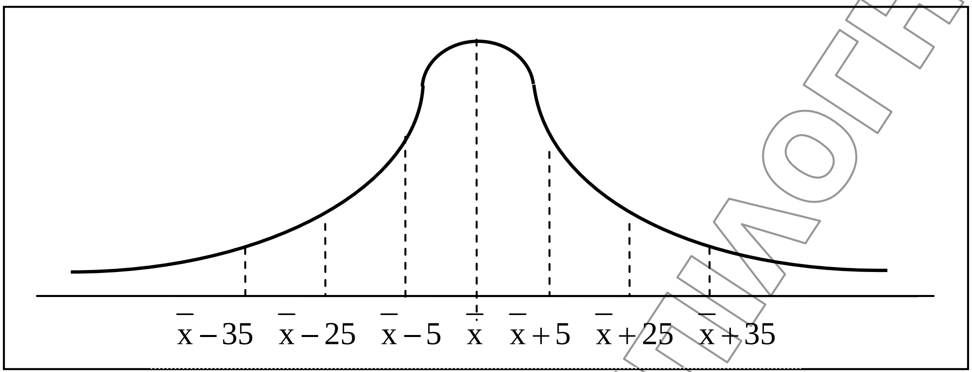
| Κλάσεις | $x_i$ | $f_i$ |
|---|---|---|
| $[50-60)$ | $x_1=55$ | 0,1 |
| $[60-70)$ | $x_2=65$ | 0,3 |
| $[70-80)$ | $x_3=75$ | 0,2 |
| $[80-90)$ | $x_4=85$ | 0,4 |
| ΣΥΝΟΛΟ | - | 1 |

Φροντιστήριο "ΕΠΙΛΟΓΗ" Καλαμάτα

**Γ3.** $\bar{x} = \dfrac{55\cdot f_1 + 65\cdot f_2 + 75 f_3}{f_1+f_2+f_3} = \dfrac{55\cdot 0,1 + 65\cdot 0,3 + 75\cdot 0,2}{0,1+0,3+0,2} = \dfrac{5,5+19,5+15}{0,6} = \dfrac{40}{0,6} =$

$= \dfrac{400}{6} = \dfrac{200}{3}$

**Γ4.**




$2,5\%$ τουλάχιστον $\bar{x}-2S$. Άρα $\bar{x}-2S=74$
$16\%$ τουλάχιστον $\bar{x}-S$. Άρα $\bar{x}-S=68$

$\left.\begin{matrix} \\ \end{matrix}\right\} \begin{matrix} S=2 \\ \bar{x}=70 \end{matrix}$

$CV = \dfrac{S}{|\bar{x}|} = \dfrac{2}{70} < 10\%$. Άρα είναι ομοιογενές.

**ΘΕΜΑ Δ**

**Δ1.**

$y = f(1) = f'(1)(x-1)$

$y - k = 1(x-1)$

$y = x - 1 + k$

Για $x=0$ $y=\kappa-1$ $A(0,\kappa-1)$

Για $y=0$ $0=x-1+\kappa$ $B(1-\kappa,0)$

Και $\kappa>1$

$E = \dfrac{1}{2}|\kappa-1||1-\kappa| = \dfrac{1}{2}(\kappa-1)^2$

$E<2 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}(\kappa-1)^2 < 2 \Leftrightarrow (\kappa-1)^2 < 4 \Leftrightarrow |\kappa-1|<2 \Leftrightarrow -2<\kappa-1<2 \Leftrightarrow -1<\kappa<3$

αλλά $\kappa\in Z$ και $\kappa>1$ οπότε $\kappa=2$.

**Δ2.α.** $y = x+1$

$y_i = x_i + 1$

Φροντιστήριο «ΕΠΙΛΟΓΗ» Καλαμάτα

$\bar{y} = \bar{x} + 1 \Leftrightarrow 31 = \bar{x} + 1 \Leftrightarrow \bar{x} = 30$

**β.** $\bar{x} = \dfrac{30 \cdot 50 + 3 \cdot 20 - 15\lambda}{50} \Leftrightarrow 31 = \dfrac{30 \cdot 50 + 3 \cdot 20 - 15\lambda}{50} \Leftrightarrow$

$31 \cdot 50 - 30 \cdot 50 - 3 \cdot 20 = -15\lambda \Leftrightarrow -10 = -15\lambda \Leftrightarrow \lambda = \dfrac{10}{15} = \dfrac{2}{3}$

**Δ3.** $f'(x) = \ell nx + 1$

$f'(x) = 0 \Rightarrow \ell nx + 1 = 0 \Rightarrow x = e^{-1} = \dfrac{1}{e}$

$f'(x) > 0 \Rightarrow \ell nx + 1 > 0 \Rightarrow x > e^{-1} = \dfrac{1}{e}$

| $x$ | $0$ | | $1/e$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | | $\searrow$ | | $\nearrow$ | |

Το $f'\left(1/e\right) = 0$ και $f(e) = e + 2.$

Στο $\left[1/e, +\infty\right) f \uparrow$ οπότε $\dfrac{1}{e} < \alpha < \beta < \gamma < e \Leftrightarrow f\left(1/e\right) < f(\alpha) < f(\beta) < f(\gamma) < f(e)$

Άρα $0 < -1/e + 2 = f\left(1/e\right) < f(\alpha) < f(\beta) < f(\gamma) < f(e) = e + 2$

$\Leftrightarrow f'\left(1/e\right) < f\left(1/e\right) < f(\alpha) < f(\beta) < f(\gamma) < f(e)$

Οπότε $R = f(e) - f'\left(1/e\right) = e + 2 - 0 = e + 2.$

$$\bar{x} = \dfrac{f(\alpha) + f(\beta) + f(\gamma) + f(e) + f'\left(1/e\right)}{5} = \dfrac{\alpha\ell n\alpha + 2 + \beta\ell n + 2 + \gamma\ell n\gamma + 2 + e + 2 + 0}{5} =$$

$$= \dfrac{\ell n\alpha^{\alpha} + \ell n\beta^{\beta} + \ell n\gamma^{\gamma} + 8 + e}{5} = \dfrac{\ell ne^{7} + 8 + e}{5} = \dfrac{15 + e}{5}$$

**Δ4. α)** $\lambda = f'(t) > 0$. Άρα $t > \dfrac{1}{e}$

Άρα $A = \{t_{11} \ldots\ldots t_{30}\}$ οπότε $P(A) = \dfrac{20}{30}$

**β)** Είναι $f(t) > f'(t) + 1 \Leftrightarrow t\ell nt + 2 > \ell nt + 1 + 1 \Leftrightarrow \ell nt \cdot (t - 1) > 0$

Φροντιστήριο "ΕΠΙΛΟΓΗ" Καλαμάτα

| $t$ | $0$ | | | $1$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| $\ell nt$ | ‖ | $-$ | | $0$ | $+$ |
| $t-1$ | ‖ | $-$ | | $0$ | $+$ |
| γινόμενο | | $+$ | | | $+$ |

Άρα $A\cap B=\{t_{11},....t_{29}\}$ οπότε $P(A\cap B)=\dfrac{19}{30}$.

**Επιμέλεια απαντήσεων:**
**Δραγώνας Μπάμπης**
**Γκιούλος Θεόδωρος**
**Διονυσοπούλου Σοφία**
**Μαθηματικοί**
**Φροντιστήριο Μ.Ε «ΕΠΙΛΟΓΗ» - Καλαμάτα**
**http://www.epil.gr**

Φροντιστήριο «ΕΠΙΛΟΓΗ» Καλαμάτα