ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΤΕΤΑΡΤΗ 22 ΜΑΪΟΥ 2013
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ (ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ)

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

Θέμα Α

Α1 → γ, **Α2** → γ, **Α3** → δ, **Α4** → γ

Α5. α. → Σωστό, **β.** → Λάθος, **γ.** → Σωστό, **δ.** → Λάθος, **ε.** → Σωστό

Θέμα Β

Β1. α) Σωστό το **ii**

β) $|\Delta E| = |E_{τελ.} - E_{αρχ.}| = \left|\frac{1}{2}L\cdot I^2 - \frac{1}{2}C\cdot V_C^2\right| = \left|\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{9}\cdot 10^{-3}\cdot 36 - \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 10^{-5}\cdot 400\right| \Rightarrow$

$|\Delta E| = 2\cdot 10^{-3}$ J

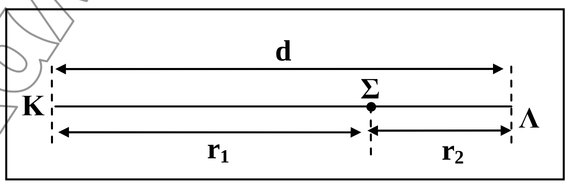
Β2.

α) Σωστό το **iii**

β) Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων με την αλλαγή της συχνότητας, παραμένει η ίδια αφού εξαρτάται από το μέσο διάδοσης που είναι το ίδιο.

Θα είναι: $u_1 = u_2 \Rightarrow \lambda_1\cdot f_1 = \lambda_2\cdot f_2 \Rightarrow \lambda_1\cdot f_1 = \lambda_2\cdot 3f_1 \Rightarrow \lambda_1 = 3\cdot\lambda_2$ ή $\lambda_2 = \frac{\lambda_1}{3}$ (1)

Έστω στο σημείο Σ του ευθ. Τμήματος ΚΛ εμφανίζεται αποσβετική συμβολή των κυμάτων. Θα ισχύει:



$$\left.\begin{aligned} r_1 - r_2 &= (2N+1)\frac{\lambda_2}{2} \\ \text{και } r_1 + r_2 &= d \end{aligned}\right\} \xrightarrow{(+)}$$

$$2r_1 = (2N+1)\frac{\lambda_2}{2} + d \Rightarrow r_1 = (2N+1)\frac{\lambda_2}{4} + \frac{d}{2} \xrightarrow{d=2\lambda_1} r_1 = (2N+1)\frac{\lambda_2}{4} + \frac{2\cdot\lambda_1}{2} \xrightarrow{(1)}$$

$$r_1 = (2N+1)\frac{\lambda_1}{12} + \lambda_1 \quad (2)$$

Αλλά το Σ ανάμεσα στα Κ, Λ. Συνεπώς θα πρέπει:

$$0 < r_1 < d \xrightarrow{(2)} 0 < (2N+1)\frac{\lambda_1}{12} + \lambda_1 < 2\cdot\lambda_1 \Rightarrow -\lambda_1 < (2N+1)\frac{\lambda_1}{12} < \lambda_1 \Rightarrow$$

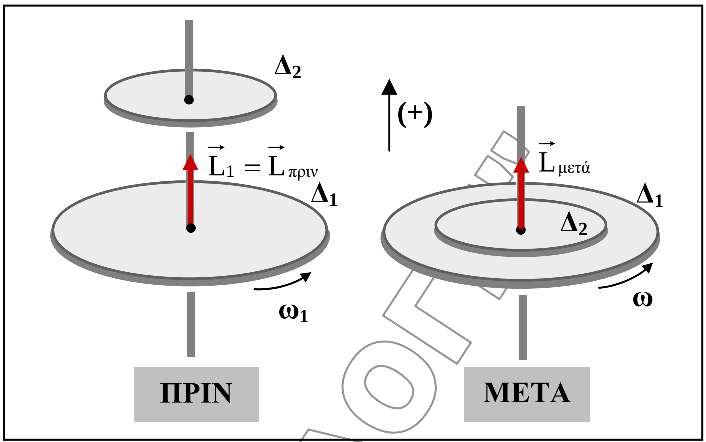
$-12 < 2N+1 < 12 \Rightarrow -13 < 2N < 11 \Rightarrow -6{,}5 < N < 5{,}5$

Οπότε: $N = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \pm4, \pm5, -6$ δηλαδή **12 υπερβολές απόσβεσης**

Β3.

α) Σωστό το **ii**

β) Στο σύστημα των δυο δίσκων κατά την επαφή τους ασκούνται εσωτερικές ροπές και συνεπώς ισχύει η αρχή διατήρησης της στροφορμής του συστήματος.



Είναι: $\vec{L}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{L}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow$

$I_1 \cdot \omega_1 = (I_1 + I_2) \cdot \omega \Rightarrow$

$I_1 \cdot \omega_1 = (I_1 + \frac{I_1}{4}) \cdot \omega \Rightarrow$

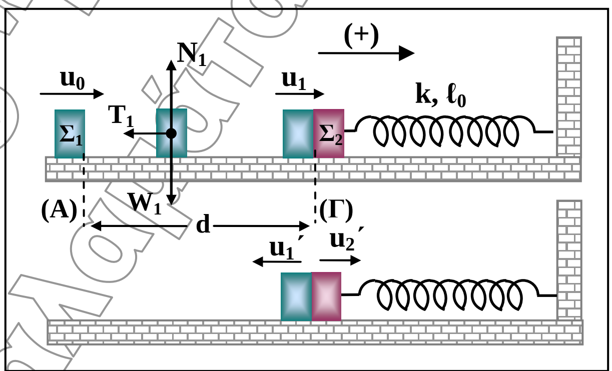
$I_1 \cdot \omega_1 = \frac{5 \cdot I_1}{4} \cdot \omega \Rightarrow \omega = \frac{4}{5}\,\omega_1$

$$\overrightarrow{\Delta L_1} = \vec{L}_{(1)\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} - \vec{L}_{(1)\pi\rho\iota\nu} \Rightarrow \Delta L_1 = I_1 \cdot \omega - I_1 \cdot \omega_1 = I_1 \cdot (\omega - \omega_1) = I_1 \cdot (\frac{4}{5}\,\omega_1 - \omega_1) = -\frac{1}{5}\,I_1 \cdot \omega_1 \Rightarrow$$

$$\Delta L_1 = -\frac{1}{5}\,L_1 \Rightarrow \mathbf{|\Delta L_1| = \frac{1}{5} L_1}$$

Θέμα Γ

Γ1. Από την κεντρική ελαστική κρούση των Σ_1, Σ_2 έχουμε:



$$-u_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} u_1 \Rightarrow u_1 = -\frac{m_1 + m_2}{m_1 - m_2} u_1' \Rightarrow$$

$$u_1 = -\frac{m_1 + 2m_1}{m_1 - 2m_1} u_1' = -\frac{3m_1}{-m_1} u_1' = 3 \cdot u_1' \Rightarrow$$

$u_1 = 3\sqrt{10}$ m/s

Για το Σ_1 από (Α) → (Γ)

$\Sigma F_{y1} = 0 \Rightarrow N_1 - W_1 = 0 \Rightarrow N_1 = m_1 \cdot g$

Και $T_1 = \mu \cdot N_1 \Rightarrow T_1 = \mu \cdot m_1 \cdot g$ (1)

Θ.Μ.Κ.Ε για το Σ_1 από (Α) → (Γ)

$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow K_{1(\Gamma)} - K_{1(A)} = W_{T1} \Rightarrow$

$$\frac{1}{2} m_1 \cdot u_1^2 - \frac{1}{2} m_1 \cdot u_0^2 = -T_1 \cdot d \xrightarrow{(1)} m_1 \cdot u_1^2 - m_1 \cdot u_0^2 = -2\mu \cdot m_1 \cdot g \cdot d \Rightarrow u_0^2 = u_1^2 + 2\mu \cdot g \cdot d \Rightarrow$$

$$u_0 = \sqrt{90 + 2 \cdot 0{,}5 \cdot 10 \cdot 1} = \sqrt{100} \Rightarrow \mathbf{u_0 = 10\ m/s}$$

Γ2. Από την κεντρική ελαστική κρούση των Σ_1, Σ_2 έχουμε:

$$u_2' = \frac{2 \cdot m_1}{m_1 + m_2} u_1 \Rightarrow u_2' = \frac{2 \cdot m_1}{3 \cdot m_1} u_1 \Rightarrow u_2' = \frac{2}{3} u_1 = \frac{2}{3} \cdot 3\sqrt{10} \Rightarrow u_2' = 2\sqrt{10}\ \text{m/s}$$

Η κινητική ενέργεια που μεταφέρθηκε από το Σ_1 στο Σ_2 κατά την κρούση θα ισούται με τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του Σ_2 αμέσως μετά την κρούση Δηλ.

$$\Delta K_2 = K_{2(\tau\varepsilon\lambda)} - 0 = K_{2(\tau\varepsilon\lambda).} = \frac{1}{2} m_2 \cdot u_2'^2$$

«Να υπολογίσετε το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μεταφέρθηκε από το σώμα $Σ_1$ στο σώμα $Σ_2$ κατά την κρούση.»

Εδώ δεν είναι ΞΕΚΑΘΑΡΟ από την εκφώνηση το ποσοστό ποιας κινητικής ενέργειας του $Σ_1$. Της αρχικής του, δηλ στο (Α) ή αυτής που είχε ακριβώς πριν την κρούση δηλ στο (Γ); Προφανώς ζητείται της κινητικής ενέργειας ακριβώς πριν την κρούση αλλά πιστεύουμε πως όποιο ποσοστό κι αν δοθεί από τους Μαθητές, θα πρέπει να ληφθεί σαν σωστό μιας και η ¨Φυσική¨ της άσκησης δεν αλλάζει σε τίποτα.

$K_{1(A)} = \frac{1}{2}m_1 \cdot u_0^2$ και $K_{1(\Gamma)} = \frac{1}{2}m_1 \cdot u_1^2$

Οπότε: $Π\% = \frac{ΔK_2}{K_{1(\Gamma)}}100\% = \frac{\frac{1}{2}m_2 \cdot u_2^{\prime 2}}{\frac{1}{2}m_1 \cdot u_1^2}100\% = \frac{2 \cdot m_1(2\sqrt{10})^2}{m_1 \cdot (3\sqrt{10})^2}100\% \Rightarrow \mathbf{Π\% = \frac{800}{9}\%}$

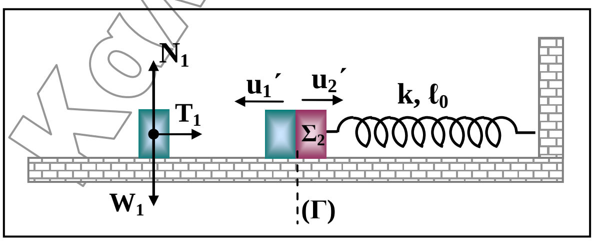
Και αν θεωρήσουμε την $K_{1(A)}$ θα βρούμε:

$Π\% = \frac{ΔK_2}{K_{1(A)}}100\% = \frac{\frac{1}{2}m_2 \cdot u_2^{\prime 2}}{\frac{1}{2}m_1 \cdot u_0^2}100\% = \frac{2 \cdot m_1(2\sqrt{10})^2}{m_1 \cdot 10^2}100\% \Rightarrow \mathbf{Π\% = 80\%}$

Γ3. Το $Σ_1$ από τη θέση (Α) μέχρι τη θέση (Γ) εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.
Από 2[ο] Νόμο Νεύτωνα έχουμε:
$ΣF_1 = m_1 \cdot α \Rightarrow T_1 = m_1 \cdot α \xrightarrow{(1)} = μ \cdot m_1 \cdot g = m_1 \cdot α \Rightarrow α = μ \cdot g = 0{,}5 \cdot 10 \Rightarrow α = 5\ m/s^2$

Οπότε: $u_1 = u_0 - |α| \cdot Δt_1 \Rightarrow Δt_1 = \frac{u_0 - u_1}{α} = \frac{10 - 3\sqrt{10}}{5} = \frac{10 - 3 \cdot 3{,}2}{5} = \frac{10 - 9{,}6}{5} \Rightarrow Δt_1 = 0{,}08\ s$

Το $Σ_1$ ακριβώς μετά την κρούση του κινείται προς την αντίθετη κατεύθυνση υπό την επίδραση των ίδιων δυνάμεων και με την τριβή πάλι να αντιτίθεται στην κίνηση του. Συνεπώς πάλι θα εκτελέσει ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με ίδιο μέτρο επιβράδυνσης. Οπότε:

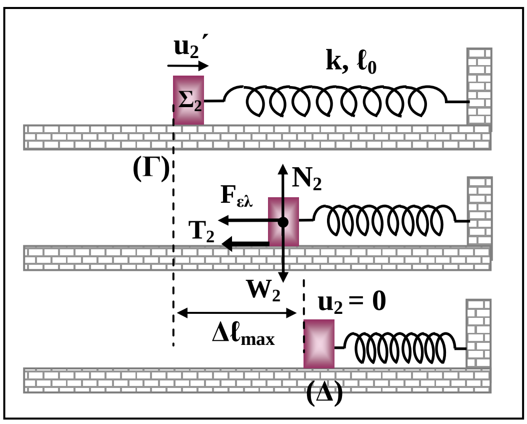


$u_Σ = u_1^{\prime} - |α| \cdot Δt_2 \Rightarrow$

$Δt_2 = \frac{u_1^{\prime} - u_Σ}{|α|} = \frac{\sqrt{10} - 0}{5} = \frac{\sqrt{10}}{5} = \frac{3{,}2}{5} \Rightarrow Δt_2 = 0{,}64\ s$

Άρα $Δt = Δt_1 + Δt_2 = 0{,}08 + 0{,}64 \Rightarrow \mathbf{Δt = 0{,}72\ s}$

Γ4. Για το $Σ_2$ μετά την κρούση του με το $Σ_1$.
$ΣF_{y2} = 0 \Rightarrow N_2 - W_2 = 0 \Rightarrow N_2 = m_2 \cdot g$
Και $T_2 = μ \cdot N_2 \Rightarrow T_2 = μ \cdot m_2 \cdot g \quad (2)$



Θ.Μ.Κ.Ε για το $Σ_2$ από (Γ) → (Δ)
$ΔK = ΣW \Rightarrow K_{1(Δ)} - K_{1(\Gamma)} = W_{T2} + W_{Fελ} \Rightarrow$

$0 - \frac{1}{2}m_1 \cdot u_2^{\prime 2} = -T_2 \cdot Δ\ell_{max} - \frac{1}{2}k \cdot Δ\ell_{max}^2 \xrightarrow{(2)}$

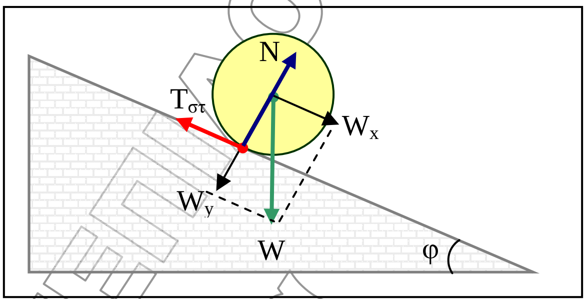
$$-\frac{1}{2}m_1\cdot u_2'^2=-\mu\cdot m_2\cdot g\cdot\Delta\ell_{max}-\frac{1}{2}k\cdot\Delta\ell_{max}^2\Rightarrow 105\cdot\Delta\ell_{max}^2+10\cdot\Delta\ell_{max}-40=0$$

$\Delta = 100 - 4\cdot 105\cdot(-40) \Rightarrow \Delta = 16900 \Rightarrow \sqrt{\Delta}=\sqrt{169\cdot 100}=13\cdot 10=130$

$$\Delta\ell_{max}=\frac{-10\pm 130}{210}\Rightarrow\Delta\ell_{max}=\frac{-10+130}{210}\Rightarrow\Delta\ell_{max}=\frac{120}{210}\Rightarrow\boldsymbol{\Delta\ell_{max}=\frac{4}{7}}$$

Η αρνητική λύση απορρίπτεται.

Θέμα Δ



Δ1. Για τη μεταφορική κίνηση εφαρμόζουμε το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής και έχουμε:

$\Sigma F = M\cdot\alpha_{cm} \Rightarrow W_x - T_{στ.} = M\cdot\alpha_{cm} \Rightarrow$

$M\cdot g\cdot ημφ - T_{στ.} = M\cdot\alpha_{cm}$ (1)

Για τη στροφική κίνηση εφαρμόζουμε το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής και έχουμε:

$\Sigma\tau = I\cdot\alpha_{γων} \Rightarrow T_{στ.}\cdot R = I\cdot\alpha_{γων} \Rightarrow$

$T_{στ.}\cdot R = \frac{1}{2}M\cdot R^2\cdot\alpha_{γων} \Rightarrow T_{στ.} = \frac{1}{2}M\cdot R\cdot\alpha_{γων}$

Αλλά αφού εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση θα ισχύει: $\alpha_{cm} = \alpha_{γων}\cdot R$

Οπότε: $T_{στ.} = \frac{1}{2}M\cdot\alpha_{cm}$ (2)

Με πρόσθεση των (1) και (2) έχουμε:

$M\cdot g\cdot ημφ = M\cdot\alpha_{cm} + \frac{1}{2}M\cdot\alpha_{cm} \Rightarrow \alpha_{cm} + \frac{1}{2}\cdot\alpha_{cm} = g\cdot ημφ \Rightarrow \boldsymbol{\alpha_{cm} = \frac{2}{3}g\cdot ημφ}$

Δ2.

Για τον όγκο V του αρχικού κυλίνδρου μάζας M και ακτίνας R είναι: $V = \pi\cdot R^2\cdot h$ (3)

Για τον όγκο V΄ του κυλίνδρου που αφαιρούμε, μάζας m και ακτίνας r είναι: $V' = \pi\cdot r^2\cdot h$ (4)

Με διαίρεση κατά μέλη των (3) και (4) έχουμε:

$$\frac{V}{V'}=\frac{\pi\cdot R^2\cdot h}{\pi\cdot r^2\cdot h}\Rightarrow\frac{V}{V'}=\frac{R^2}{r^2}$$

Αφού ο κύλινδρος είναι συμπαγής και ομογενής, ο κύλινδρος που αφαιρέσαμε θα έχει την ίδια πυκνότητα με τον αρχικό κύλινδρο. Οπότε η προηγούμενη σχέση γίνεται:

$$\frac{\frac{M}{d}}{\frac{m}{d}}=\frac{R^2}{r^2}\Rightarrow\frac{M}{m}=\frac{R^2}{r^2}\Rightarrow m=\frac{M\cdot r^2}{R^2}\quad(5)$$

Η ροπή αδράνειας είναι μονόμετρο μέγεθος. Συνεπώς για τις ροπές αδράνειας του αρχικού κυλίνδρου I, του κυλίνδρου που αφαιρούμε I_1 και του κοίλου $I_{κοιλ.}$ θα ισχύει:

$$I = I_1 + I_{κοιλ} \Rightarrow I_{κοιλ} = I - I_1 \Rightarrow I_{κοιλ} = \frac{1}{2}M\cdot R^2-\frac{1}{2}m\cdot r^2\xrightarrow{(5)}I_{κοιλ.}=\frac{1}{2}M\cdot R^2-\frac{1}{2}\frac{M\cdot r^2}{R^2}\cdot r^2\Rightarrow$$

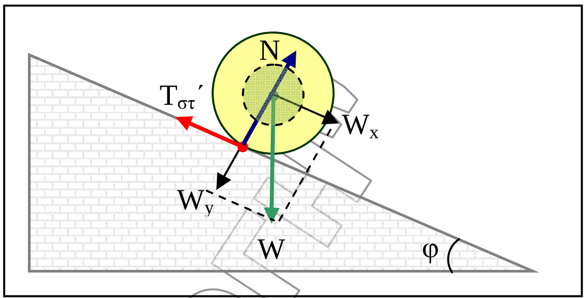
$$I_{κοιλ.}=\frac{1}{2}M\cdot R^2-\frac{1}{2}\frac{M\cdot r^4}{R^2}=\frac{1}{2}M\cdot\left(R^2-\frac{r^4}{R^2}\right)\Rightarrow\boldsymbol{I_{κοιλ.}=\frac{1}{2}M\cdot R^2\left(1-\frac{r^4}{R^4}\right)}$$

Δ3.

Το σύστημα των δυο κυλίνδρων εκτελεί μεταφορική κίνηση. Εφαρμόζουμε το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής και έχουμε:

$\Sigma F = M\cdot\alpha_{cm} \Rightarrow W_x - T_{\sigma\tau.}' = M\cdot\alpha_{cm}' \Rightarrow$

$M\cdot g\cdot \eta\mu\varphi - T_{\sigma\tau.}' = M\cdot\alpha_{cm}'$ (6)



Στο κομμάτι που ξαναπροσθέσαμε, λόγω του λιπαντικού δεν ασκούνται σε αυτό τριβές από το εσωτερικό του κοίλου κυλίνδρου και συνεπώς δεν δέχεται ροπές ώστε να εκτελέσει στροφική κίνηση. Στροφική κίνηση εκτελεί ΜΟΝΟ ο κοίλος κύλινδρος και εφαρμόζουμε το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για τη στροφική του κίνηση:

$$\Sigma\tau = I_{\kappa o\iota\lambda}\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu}' \Rightarrow T_{\sigma\tau.}'\cdot R = I_{\kappa o\iota\lambda.}\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_{\sigma\tau.}'\cdot R = \frac{1}{2}M\cdot R^2\left(1-\frac{r^4}{R^4}\right)\alpha_{\gamma\omega\nu}' \Rightarrow$$

$$T_{\sigma\tau.}' = \frac{1}{2}M\cdot R\left(1-\frac{r^4}{R^4}\right)\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu}'$$

Αλλά αφού εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση θα ισχύει: $\alpha_{cm}' = \alpha_{\gamma\omega\nu}'\cdot R$

Οπότε: $T_{\sigma\tau.}' = \frac{1}{2}M\left(1-\frac{r^4}{R^4}\right)\cdot\alpha_{cm}'$ (7)

Με πρόσθεση των (6) και (7) έχουμε:

$$M\cdot g\cdot\eta\mu\varphi = M\cdot\alpha_{cm}' + \frac{1}{2}M\left(1-\frac{r^4}{R^4}\right)\cdot\alpha_{cm}' \Rightarrow \alpha_{cm}' + \frac{1}{2}\left(1-\frac{r^4}{R^4}\right)\alpha_{cm}' = g\cdot\eta\mu\varphi \Rightarrow$$

$$\alpha_{cm}'\cdot\left(3-\frac{r^4}{R^4}\right) = 2\cdot g\cdot\eta\mu\varphi \Rightarrow \alpha_{cm}' = \frac{2\cdot g\cdot\eta\mu\varphi}{3-\frac{r^4}{R^4}} \Rightarrow \boldsymbol{\alpha_{cm}' = \frac{2\cdot g\cdot R^4\cdot\eta\mu\varphi}{3\cdot R^4 - r^4}}$$

Δ3.

$$\frac{K_{\mu\varepsilon\tau.}}{K_{\sigma\tau\rho.}} = \frac{\frac{1}{2}M\cdot u_{cm}^2}{\frac{1}{2}I_{\kappa o\iota\lambda.}\cdot\omega^2} \Rightarrow \frac{K_{\mu\varepsilon\tau.}}{K_{\sigma\tau\rho.}} = \frac{M\cdot u_{cm}^2}{\frac{1}{2}M\cdot R^2\left(1-\frac{r^4}{R^4}\right)\cdot\omega^2} \xrightarrow{u_{cm}=\omega\cdot R}$$

$$\frac{K_{\mu\varepsilon\tau.}}{K_{\sigma\tau\rho.}} = \frac{2\cdot u_{cm}^2}{u_{cm}^2\left(1-\frac{\frac{R^4}{16}}{R^4}\right)} \Rightarrow \frac{K_{\mu\varepsilon\tau.}}{K_{\sigma\tau\rho.}} = \frac{2}{1-\frac{1}{16}} = \frac{2}{\frac{15}{16}} \Rightarrow \boldsymbol{\frac{K_{\mu\varepsilon\tau.}}{K_{\sigma\tau\rho.}} = \frac{32}{15}}$$

Επιμέλεια απαντήσεων:
Λογιώτης Σταύρος
Οικονόμου Θανάσης
Γρουσουζάκου Γιώτα
Φυσικοί
Φροντιστήριο Μ.Ε «ΕΠΙΛΟΓΗ» - Καλαμάτα
http://www.epil.gr