

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΤΡΙΤΗ 1 ΙΟΥΛΙΟΥ 2008
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
& ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ**

ΘΕΜΑ 1°

- A.** Σχολικό βιβλίο σελίδα 31
B. α. Σχολικό βιβλίο σελίδα 93
 β. Σχολικό βιβλίο σελίδα 142
Γ. α. Σωστό, **β.** Σωστό, **γ.** Σωστό, **δ.** Λάθος, **ε.** Λάθος.

ΘΕΜΑ 2°

α. • $\alpha_4 = f_4 \cdot 360^\circ \Leftrightarrow 108^\circ = f_4 \cdot 360^\circ \Leftrightarrow f_4 = 0,3$ ή $f_4 = \frac{3}{10}$

Κλάσεις	x_i	f_i	$x_i f_i$
[20 , 40)	30	f_1	$30f_1$
[40 , 60)	50	f_1	$50f_1$
[60 , 80)	70	f_3	$70f_3$
[80 , 100)	90	0,3	27
ΣΥΝΟΛΑ	-	1	$27 + 80f_1 + 70f_3$

• $\sum f_i = 1 \Leftrightarrow 2 \cdot f_1 + f_3 + 0,3 = 1 \Leftrightarrow f_3 = 0,7 - 2f_1$ (1)

• $\bar{x} = \sum x_i f_i \Leftrightarrow 70 = 27 + 80f_1 + 70f_3$ (1)

$70 = 27 + 80f_1 + 70(0,7 - 2f_1) \Leftrightarrow$

$70 = 27 + 80f_1 + 49 - 140f_1 \Leftrightarrow$

$60f_1 = 6 \Leftrightarrow f_1 = 0,1$ ή $f_1 = f_2 = \frac{1}{10}$

(1) \Rightarrow $f_3 = 0,7 - 2 \cdot 0,1 \Leftrightarrow f_3 = 0,5$ ή $f_3 = \frac{5}{10}$

β. i.

Κλάσεις	x_i	v_i	f_i
[20 , 40)	30	5	0,1
[40 , 60)	50	5	0,1
[60 , 80)	70	25	0,5
[80 , 100)	90	15	0,3
ΣΥΝΟΛΑ	-	50	1

ii. Το πλήθος των μαθητών με βαθμολογία τουλάχιστον 60, είναι $v_3 + v_4 = 25 + 15 = 40$ μαθητές.

iii. Το ποσοστό των μαθητών με βαθμολογία από 50 ως 70,

είναι $\frac{f_2\%}{2} + \frac{f_3\%}{2} = \frac{10\%}{2} + \frac{50\%}{2} = \frac{60\%}{2} = 30\%$.

ΘΕΜΑ 3°

α. • Είναι $A \cap B \subseteq A \subseteq A \cup B$ άρα $P(A \cap B) \leq P(A) \leq P(A \cup B)$
 και επειδή οι πιθανότητες είναι ανά δύο διαφορετικές μεταξύ τους, τότε $P(A \cap B) < P(A) < P(A \cup B)$ **(1)**.

• Επίσης $0 < p < 1$, άρα $p - 1 < 0$ και $p + 1 > 1$.

Επομένως τα $p - 1$ και $p + 1$ δεν είναι πιθανότητες **(2)**

$$0 < p < 1 \stackrel{p>0}{\Leftrightarrow} 0 < p^2 < p \stackrel{p>0}{\Leftrightarrow} 0 < p^3 < p^2$$

Επομένως $p^3 < p^2 < p$ **(3)**.

Από (1), (2) και (3) συμπεραίνουμε ότι :

$$P(A \cap B) = p^3, P(A) = p^2 \text{ και } P(A \cup B) = p.$$

β. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Leftrightarrow$

$$P(B) = P(A \cap B) - P(A) + P(A \cup B) \Leftrightarrow$$

$$P(B) = p^3 - p^2 + p$$

γ. $P(B - A) > P(A - B) \Leftrightarrow$

$$P(B) - P(A \cap B) > P(A) - P(A \cap B) \Leftrightarrow$$

$$P(B) > P(A) \Leftrightarrow$$

$$p^3 - p^2 + p > p^2 \Leftrightarrow$$

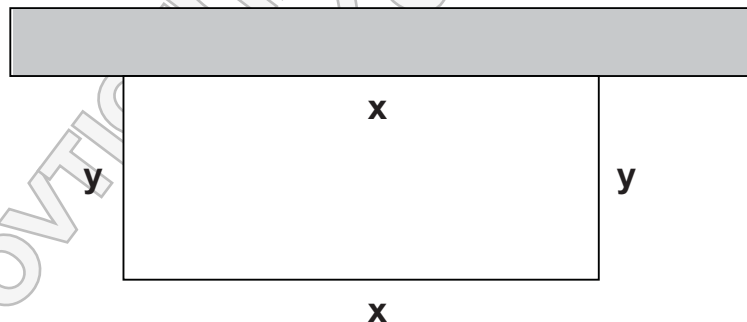
$$p^3 - 2p^2 + p > 0 \Leftrightarrow$$

$$p \cdot (p^2 - 2p + 1) > 0 \Leftrightarrow$$

$$p \cdot (p - 1)^2 > 0 \text{ που ισχύει διότι } p > 0 \text{ και } p \neq 1.$$

Επομένως $P(B - A) > P(A - B)$.

ΘΕΜΑ 4°



α. $x + 2y = 200 \Leftrightarrow 2y = 200 - x \Leftrightarrow y = 100 - \frac{1}{2}x.$

Εμβαδόν περιφραγμένης περιοχής = $x \cdot y \Leftrightarrow$

$$f(x) = x \cdot \left(100 - \frac{1}{2}x\right) \Leftrightarrow$$

$$f(x) = 100x - \frac{1}{2}x^2, \quad 0 < x < 200.$$

- $x > 0$
- $y > 0 \Leftrightarrow 100 - \frac{1}{2}x > 0 \Leftrightarrow$
 $200 - x > 0 \Leftrightarrow x < 200$

β. $f'(x) = 100 - x$

x	0	100	200
$f'(x) = 100 - x$	+	○	-
$f(x)$	↗ ↘		↖ ↗

Η f παρουσιάζει μέγιστο για $x = 100$ την τιμή

$$f(100) = 100 \cdot 100 - \frac{1}{2} 100^2 = 10000 - 5000 = \mathbf{5000 \text{ m}^2}.$$

γ. $f'(100) = 100 - 100 = 0$

$$f'(101) = 100 - 101 = -1$$

$$f'(102) = 100 - 102 = -2$$

$$f'(103) = 100 - 103 = -3$$

$$f'(104) = 100 - 104 = -4$$

$$\bar{x} = \frac{0 + (-1) + (-2) + (-3) + (-4)}{5} = \frac{-10}{5} \Leftrightarrow \bar{x} = \mathbf{-2}$$

δ. Από εφαρμογή σχολικού βιβλίου έχουμε :

$$\bar{x}' = \bar{x} + c = -2 + c = c - 2 \quad \text{και}$$

$$s' = s.$$

$$CV' = 2CV \Leftrightarrow \frac{s'}{|\bar{x}'|} = 2 \frac{s}{|\bar{x}|} \Leftrightarrow \frac{s}{|c-2|} = 2 \frac{s}{|-2|} \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{|c-2|} = 1 \Leftrightarrow |c-2| = 1 \Leftrightarrow c-2 = 1 \quad \text{ή} \quad c-2 = -1 \Leftrightarrow$$

$$\mathbf{c = 3 \quad \text{ή} \quad c = 1.}$$

Σημείωση : Θα μπορούσε κάποιος να είχε υπολογίσει την τυπική απόκλιση.

$$s^2 = \frac{(0+2)^2 + (-1+2)^2 + (-2+2)^2 + (-3+2)^2 + (-4+2)^2}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{2} = s'$$

$$CV' = 2CV \Leftrightarrow \frac{s'}{|\bar{x}'|} = 2 \frac{s}{|\bar{x}|} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{|c-2|} = 2 \frac{\sqrt{2}}{|-2|} \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{|c-2|} = 1 \Leftrightarrow |c-2| = 1 \Leftrightarrow c-2 = 1 \quad \text{ή} \quad c-2 = -1 \Leftrightarrow$$

$$\mathbf{c = 3 \quad \text{ή} \quad c = 1.}$$