

ΤΑΞΗ: 3<sup>η</sup> ΤΑΞΗ ΕΠΑ.Λ.

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ / ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Ημερομηνία: Σάββατο 12 Ιανουαρίου 2019

Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

## ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

## ΘΕΜΑ Α

Α1. Ορισμός σελ. 13 Σχολικό Βιβλίο.

Α2. Απόδειξη σελ. 28-29 Σχολικό Βιβλίο

Α3.

1. Λ
2. Λ
3. Σ
4. Λ
5. Σ

Α4.

1. Αν  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$ , τότε  $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x))^v = \ell^v$
2.  $(\eta\mu 2x)' = \sigma\upsilon\nu 2x \cdot 2$
3.  $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x) = \dots$
4. Μια συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού  $A$ , λέμε ότι παρουσιάζει Τοπικό Μέγιστο στο  $x_1 \in A$  όταν  $f(x) \leq f(x_1)$ .

**ΘΕΜΑ Β****Β1.**

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -3$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -1$$

Η  $f$  δεν είναι συνεχής στο 2 γιατί δεν ορίζεται το  $f(2)$ .

**Β2.** Στους τύπους

$$(f + g)'(x) = f'(x) + g'(x)$$

$$(f - g)'(x) = f'(x) - g'(x)$$

$$(f \cdot g)'(x) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$$

Αντικαθιστώ το 1 και βρίσκω :

$$(f + g)'(1) = 1$$

$$(f - g)'(1) = 5$$

$$(f \cdot g)'(1) = 8$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(1) = 1$$

Υπολογίζω την παράγωγο

$$h'(x) = [f(g(x))]' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

Και αντικαθιστώντας  $x=2$  βρίσκουμε

$$h'(2) = -3$$

**ΘΕΜΑ Γ**

Γ1. Θα πρέπει  $-2x^2 - 4x + 6 > 0$ .

$$-2x^2 - 4x + 6 = 0 \quad \Delta = (-4)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 6 = 16 + 48 = 64$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{64}}{2 \cdot (-2)} = \frac{4 \pm 8}{-4} = \begin{cases} \frac{4+8}{-4} = -3 \\ \frac{4-8}{-4} = 1 \end{cases}$$

x	-∞	-3	1	+	∞	+∞
$-2x^2 - 4x + 6$	-	-	○	+	○	-

Άρα  $A_f = (-3, 1)$ .

Γ2.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{\sqrt{-2x^2 - 4x + 6}} \stackrel{0}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \cdot (x-1) \cdot \sqrt{-2x^2 - 4x + 6}}{\sqrt{-2x^2 - 4x + 6} \cdot \sqrt{-2x^2 - 4x + 6}} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \cdot (x-1) \cdot \sqrt{-2x^2 - 4x + 6}}{(\sqrt{-2x^2 - 4x + 6})^2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \cdot (x-1) \cdot \sqrt{-2x^2 - 4x + 6}}{-2x^2 - 4x + 6} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \cdot (x-1) \cdot \sqrt{-2x^2 - 4x + 6}}{-2 \cdot (x-1) \cdot (x+3)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \cdot \sqrt{-2x^2 - 4x + 6}}{-2 \cdot (x+3)} = \frac{1 \cdot 0}{-2 \cdot 4} = 0 \end{aligned}$$

Γ3. Έχουμε υπολογίσει στο προηγούμενο ερώτημα:

$$\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$$

$$g(1) = 0 \text{ (Από τον } 2^{\circ} \text{ κλάδο)}$$

Παρατηρώ ότι  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = g(1) = 0$ . Άρα η  $g(x)$  είναι συνεχής στο  $x = 1$ .

## ΘΕΜΑ Δ

- Δ1. Επειδή η γραφική παράσταση τέμνει τους άξονες στα σημεία  $A(2,0)$  και  $B(6,0)$  ισχύουν

$$\begin{aligned} f(2) = 0 &\Leftrightarrow -2^2 + a \cdot 2 - \beta = 0 &\Leftrightarrow \dots\dots &\Leftrightarrow a = 8 \\ f(6) = 0 &\Leftrightarrow -6^2 + a \cdot 6 - \beta = 0 &&\Leftrightarrow \beta = 12 \end{aligned}$$

- Δ2. Στο διάστημα  $(-\infty, 4]$  η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα και στο διάστημα  $[4, +\infty)$  η  $f$  είναι γνησίως φθίνουσα.

- Δ3. Βρίσκω την παράγωγο :

$$f'(x) = (-2x^2 + 8x - 12)' = -2x + 8$$

Η εξίσωση εφαπτομένης στο  $A(2,0)$  είναι:

$$y = f'(2) \cdot x + k$$

$$y = 4x + k$$

Αντικαθιστώντας τις συντεταγμένες του  $A(2,0)$ ,  $0 = 4 \cdot 2 + k$ , άρα  $k = -8$

$$y = 4x - 8$$

Όμοια στο  $B(4,4)$  έχουμε

$$y = f'(4) \cdot x + \mu$$

$$y = 0 \cdot x + \mu$$

$$y = \mu$$

Όπου  $\mu = 4$

Άρα  $y = 4$

Δ4.

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 2} \left[ \frac{-x^2 + 8x - 12}{x - 2} + \frac{(-2x + 8)^2 - 16}{x^2 - 4} \right] = \\ & = \lim_{x \rightarrow 2} \left[ \frac{(x - 2)(-x + 6)}{(x - 2)} + \frac{(-2x + 8 - 4)(-2x + 8 + 4)}{(x - 2)(x + 2)} \right] = \\ & = \lim_{x \rightarrow 2} \left[ (-x + 6) + \frac{(-2x + 4)(-2x + 12)}{(x - 2)(x + 2)} \right] = \\ & = \lim_{x \rightarrow 2} \left[ (-x + 6) - \frac{2(-2x + 12)}{(x + 2)} \right] = \\ & = (-2 + 6) - \frac{2(-4 + 12)}{2 + 2} = 4 - 4 = 0 \end{aligned}$$