ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Ημερομηνία: Σάββατο 12 Ιανουαρίου 2019
Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Βλέπε σελ. 62.

Α2. Βλέπε σελ. 46.

Α3. **α)** Λάθος **β)** Σωστό **γ)** Λάθος **δ)** Σωστό **ε)** Σωστό.

ΘΕΜΑ Β

Β1. $15x^2+10y^2-6(x+y)^2=(3x-2y)^2 \Leftrightarrow$

$15x^2+10y^2-6x^2-12xy-6y^2=9x^2-12xy+4y^2 \Leftrightarrow$

$15x^2+10y^2-6(x^2+2xy+y^2)=9x^2-12xy+4y^2 \Leftrightarrow$

$9x^2-12xy+4y^2=9x^2-12xy+4y^2$ που ισχύει.

Β2.

i) Είναι $x \prec 2 \prec 6$ οπότε $x-6 \prec 0$ και $x-2 \prec 0$. Άρα η παράσταση Α γίνεται:

Α$=-(x-6)-[-(x-2)]$

Α$=-x+6+(x-2)$

Α=4

ii) Πρέπει $x^2-4x+4 \geq 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 \geq 0$ που ισχύει για κάθε $\chi \in \Re$.

Η εξίσωση γίνεται:

$\sqrt{(x-2)^2}+|2x-4|=0 \Leftrightarrow$

$|x-2|+2|x-2|=0 \Leftrightarrow$

$$3|x-2|=0 \Leftrightarrow$$
$$|x-2|=0 \Leftrightarrow$$
$$x-2=0 \Leftrightarrow$$
$$x=2$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $(\alpha+3)^2=16 \Leftrightarrow$

$$\alpha+3=\pm\sqrt{16} \Leftrightarrow$$
$$\alpha+3=4 \text{ η } \alpha+3=-4 \Leftrightarrow$$
$$\alpha=1 \text{ η } \alpha=-7$$

Γ2. Έχουμε:

$$\beta=\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} \Leftrightarrow$$
$$\beta=\frac{\sqrt{6}\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)}+\frac{\sqrt{2}\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)} \Leftrightarrow$$
$$\beta=\frac{\sqrt{36}-\sqrt{12}+\sqrt{12}+\sqrt{4}}{\left(\sqrt{6}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2} \Leftrightarrow$$
$$\beta=\frac{8}{4} \Leftrightarrow$$
$$\beta=2$$

Γ3.

i) Έχουμε: $1 \prec x \prec 3 \Leftrightarrow 3 \prec x+2 \prec 5$ και $2 \prec y \prec 3 \Leftrightarrow 1 \prec y-1 \prec 2$.

Αν Π η περίμετρος του νέου ορθογωνίου τότε: $\Pi=2(x+2)+2(y-1)$

Είναι: $6 \prec 2(x+2) \prec 10$ και $2 \prec 2(y-1) \prec 4$. Άρα:

$$8 \prec 2(x+2)+2(y-1) \prec 14 \Leftrightarrow$$
$$8 \prec \Pi \prec 14$$

ii) Αν Ε το εμβαδό του νέου ορθογωνίου τότε: $E=(x+2)(y-1)$ οπότε από τις σχέσεις $3 \prec x+2 \prec 5$ και $1 \prec y-1 \prec 2$ παίρνουμε ότι:

$3 \prec (x+2)(y-1) \prec 10 \Leftrightarrow$

$3 \prec E \prec 10$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. $(\lambda-3)^2-2(\lambda-2)x=\lambda(2x-5) \Leftrightarrow$

$\lambda^2-6\lambda+9-2\lambda x+4x=2\lambda x-5\lambda \Leftrightarrow$

$-2\lambda x-2\lambda x+4x=-\lambda^2+\lambda-9 \Leftrightarrow$

$4(1-\lambda)x=-\lambda^2+\lambda-9$

η οποία είναι αδύνατη όταν:

$4(1-\lambda)=0$ και $-\lambda^2+\lambda-9\neq 0$

$\lambda=1$

Για $\lambda=1$ η $-\lambda^2+\lambda-9\neq 0$ γίνεται $-9\neq 0$ που ισχύει.

Δ2. Για λ=1

$|x-1||x-5|=2|x-1| \Leftrightarrow$

$|x-1||x-5|-2|x-1|=0 \Leftrightarrow$

$|x-1|(|x-5|-2)=0 \Leftrightarrow$

$|x-1|=0$ ή $|x-5|-2=0 \Leftrightarrow$

$x=1$ ή $|\chi-5|=2 \Leftrightarrow$

$x-5=2$ ή $x-5=-2$

$x=7$ ή $x=3$

Δ3. $4x^5 + 32x^2 = 0 \Leftrightarrow$

$x^2(4x^3 + 32) = 0 \Leftrightarrow$

$x^2 = 0$ ή $4x^3 + 32 = 0 \Leftrightarrow$

$x = 0$ ή $x^3 = -8 \Leftrightarrow$

$x = -2$

Δ4. $|x-5|$=-2x+1

Πρέπει $-2x+1 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{1}{2}$

Η εξίσωση γίνεται

$x-5=-2x+1$ ή $x-5=-(-2x+1)$

$x=2$ απορρίπτεται $x=-4$ δεκτή