

ΤΑΞΗ: 3<sup>η</sup> ΤΑΞΗ ΕΠΑ.Λ.

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ / ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Ημερομηνία: Σάββατο 21 Απριλίου 2018

Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

## ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

## ΘΕΜΑ Α

A1. Να δώσετε τον ορισμό του σταθμικού μέσου ενός δείγματος  $n$  παρατηρήσεων.

Μονάδες 4

A2. Έστω  $f, g$  δύο παραγωγίσιμες συναρτήσεις σε ένα διάστημα  $\Delta$ . Να αποδειχθεί ότι  $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$  για κάθε  $x \in \Delta$ .

Μονάδες 7

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Η παράγωγος της συνάρτησης  $f(x) = \frac{4}{x}$  είναι  $f'(x) = \frac{0}{1} = 0$ .

2. Η συνάρτηση  $f(x) = |x|$  είναι παραγωγίσιμη στο σημείο  $x_0 = 0$ .

3. Ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης  $\varepsilon$  της γραφικής παράστασης μιας παραγωγίσιμης συνάρτησης  $f$  στο σημείο  $A(x_0, f(x_0))$  είναι η παράγωγος της  $f$  στο  $x_0$ .

4. Ο CV είναι ανεξάρτητος από μονάδες μέτρησης.

5. Το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα είναι ίσο με 1.

Μονάδες 10

**A4.** Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες και φράσεις, αφού τις μεταφέρετε στο τετράδιό σας.

1. Αν  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$ , τότε  $\lim_{x \rightarrow x_0} [κ \cdot f(x)] = \dots$

2.  $(\sin x)' = \dots$

3. Αν  $f$  παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα  $\Delta$  και  $x \in \mathbb{R}$  τότε  $(c \cdot f(x))' = \dots$

4. Αν  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  οι τιμές μιας μεταβλητής, με  $x_1 < x_2 < x_3 < x_4 < x_5$ , τότε το εύρος αυτών των τιμών είναι  $R = \dots$

**Μονάδες 4**

**ΘΕΜΑ Β**

Ο δημιουργός του facebook Μαρκ Ζούκερμπεργκ, αποφάσισε να κάνει μία έρευνα για το ποιες ηλικίες ασχολούνται περισσότερο με αυτό. Τα αποτελέσματα δίνονται στον παρακάτω στατιστικό πίνακα:

Κλάσεις	$\kappa_i$	$\nu_i$	$f_i$	$f_i\%$	$N_i$	$F_i$	$F_i\%$	$\nu_i \kappa_i$
0-20				30				
20-40				20				
40-60								
60-80				20				
80-100								
<b>Συνολο</b>		200		100				

**B1.** Αν η γωνία του κυκλικού τομέα στην οποία αντιστοιχεί η κλάση 40 – 60 είναι  $90^\circ$  να δειχθεί ότι  $f_3\% = 25$ ,  $f_5\% = 5$  και να συμπληρωθεί ο στατιστικός πίνακας.

**Μονάδες 10**

**B2.** Να βρεθεί το ποσοστό των χρηστών με ηλικία: (**α.**) μέχρι 40 ετών (**β.**) από 20 έως 80 ετών.

**Μονάδες 3**

**B3.** Ποιο το πλήθος των χρηστών από 30 έως 60 ετών και ποιο το πλήθος από 50 έως 70 ετών ;

**Μονάδες 3**

- B4.** Να βρεθεί η μέση τιμή, η διακύμανση και ο συντελεστής μεταβλητότητας των τιμών του δείγματος. Είναι το δείγμα ομοιογενές; Να θεωρήσετε ότι  $\sqrt{620} \approx 25$ .

**Μονάδες 9**

### ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + \lambda x - 2}{\sqrt{x+3} - 2}, & x \in \Delta \\ \alpha^2 - 3\alpha + 14, & x = 1 \end{cases}$ , όπου  $\lambda, \alpha \in \mathbb{R}$ .

- Γ1.** Να βρείτε το  $\Delta$  αν αυτό είναι το ευρύτερο δυνατό υποσύνολο του  $\mathbb{R}$  στο οποίο ορίζεται ο πρώτος κλάδος της συνάρτησης  $f$ .

**Μονάδες 6**

- Γ2.** Να βρεθεί ο αριθμός  $\lambda$  αν η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  διέρχεται από το σημείο  $A(6, 40)$ .

**Μονάδες 5**

Για  $\lambda=1$ ,

- Γ3.** Να βρεθούν οι τιμές του  $\alpha$  για τις οποίες η  $f$  είναι συνεχής στο  $x_0 = 1$ .

**Μονάδες 7**

Για  $\alpha=1$ ,

- Γ4.** **i.** Να αποδείξετε ότι  $f(x) = (x+2)(\sqrt{x+3} + 2)$ ,  $x \geq -3$ .  
**ii.** Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  στο σημείο που τέμνει τον  $x'$ .

- iii.** Αν  $g(x) = \frac{f(x)}{\sqrt{x+3} + 2} + 2018$  ναδειχθεί ότι η εφαπτόμενη της  $g$  σε οποιοδήποτε σημείο της σχηματίζει με τον άξονα  $x'$  γωνία  $45^\circ$ .

**Μονάδες 7**

**ΘΕΜΑ Δ**

Οι παρατηρήσεις μιας μεταβλητής  $X$  ακολουθούν την κανονική κατανομή με διάμεσο  $\delta=8$ , μέση τιμή  $\bar{x}$ , και τυπική απόκλιση  $s$ . Επιπλέον, δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = -\frac{x^3}{3} + \bar{x} \cdot \frac{x^2}{2} - 12x + 1$ , η οποία παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στη θέση  $x = s$ .

**Δ1.** Να βρεθεί η μέση τιμή  $\bar{x}$ .

**Μονάδες 3**

Για  $\bar{x}=8$ ,

**Δ2.** Να μελετήσετε την  $f$  ως προς την μονοτονία και τα ακρότατά της και να υπολογίσετε την τυπική απόκλιση  $s$ .

**Μονάδες 9**

Για  $s=2$ ,

**Δ3.** Αν το πλήθος των παρατηρήσεων που βρίσκονται στα  $(4,6)$  και  $(8,10)$  είναι 950, να βρεθεί το μέγεθος  $n$  του δείγματος.

**Μονάδες 5**

Για  $n=2000$ ,

**Δ4.** Να βρεθεί το πλήθος των παρατηρήσεων που βρίσκονται στο διάστημα  $(10,12)$ .

**Μονάδες 3**

**Δ5.** Να βρεθεί η ελάχιστη τιμή της σταθεράς  $c > 0$ , που πρέπει να προσθέσουμε σε καθεμία από τις τιμές της μεταβλητής  $X$ , ώστε να προκύψει ομοιογενές δείγμα.

**Μονάδες 5**