



**ΤΑΞΗ:** Β' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
**ΜΑΘΗΜΑ:** ΑΛΓΕΒΡΑ / ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

**Ημερομηνία: Σάββατο 21 Απριλίου 2018**  
**Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες**

### ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

#### ΘΕΜΑ Α

**Α1.** Να αποδείξετε ότι:

Το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου  $P(x)$  με ένα πολυώνυμο της μορφής  $x - \rho$  ισούται με την αριθμητική τιμή του πολυωνύμου για  $x = \rho$ . Είναι δηλαδή  $υ = P(\rho)$ .

**Μονάδες 10**

**Α2.** Να μεταφέρετε στο τετράδιο σας, σωστά συμπληρωμένες τις παρακάτω ισότητες

(α)  $\ln e^{-\theta} =$

(β)  $e^{\ln \theta} =$  για κάθε  $\theta > 0$

(γ)  $\ln 1 =$

(δ)  $\ln \frac{1}{e} =$

(ε)  $\ln^2 e^2 =$

**Μονάδες 5**

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη ΣΩΣΤΟ, αν η πρόταση είναι σωστή ή ΛΑΘΟΣ, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

(α) Κάθε συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού ένα σύνολο  $A$  θα λέγεται άρτια όταν για κάθε  $x \in A$  ισχύει  $f(-x) = f(x)$ .

(β) Ισχύει  $1 + \varepsilon \varphi^2 \omega = \frac{1}{\sigma \nu \nu^2 \omega}$ .

(γ) Ο βαθμός του γινομένου δύο μη μηδενικών πολυωνύμων είναι ίσος με το άθροισμα των βαθμών των πολυωνύμων αυτών.

(δ) Αν ο ακέραιος  $\rho$  είναι διαιρέτης του σταθερού όρου ενός πολυωνύμου  $P(x)$  με ακέραιους συντελεστές τότε είναι κατ' ανάγκη ρίζα του πολυωνύμου  $P(x)$ .

ε) Η συνάρτηση  $f(x) = \alpha^x$  με  $0 < \alpha < 1$  είναι γνησίως φθίνουσα στο  $\mathbb{R}$ .

**Μονάδες 10**

### ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \alpha - \beta \eta \frac{x}{2}$ , με  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  η οποία διέρχεται από το σημείο  $A(3\pi, 3)$  και ισχύει  $f(\pi) = -1$ .

**B1.** Να αποδείξετε ότι  $\alpha = 1$  και  $\beta = 2$ .

**Μονάδες 7**

**B2.** Να βρείτε την περίοδο της συνάρτησης  $f$  την μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της.

**Μονάδες 4**

**B3.** Να λύσετε την εξίσωση  $f^2(x) + 4 = 4f(x)$  με  $x \in [0, T]$  όπου  $T$  η περίοδος της συνάρτησης  $f$ .

**Μονάδες 9**

**B4.** Να εξετάσετε αν η εξίσωση  $f(x) = \eta \mu \frac{39\pi}{2} - e$  έχει λύση στο  $\mathbb{R}$ .

**Μονάδες 5**

**ΘΕΜΑ Γ**

Παρακάτω φαίνεται ένα ελλειπές σχήμα Hornerόπου  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  το οποίο παριστάνει τη διαίρεση ενός πολυωνύμου  $f(x)$  με το πολυώνυμο  $x - 1$ .

$\alpha$	-8	22	-24	$\beta$	1
		15		0	

**Γ1.** Να δείξετε ότι  $\alpha = 1$  και  $\beta = 9$  (5 Μονάδες) και ότι το πολυώνυμο έχει τύπο  $f(x) = x^4 - 8x^3 + 22x^2 - 24x + 9$  (1 Μονάδα).

**Μονάδες 6**

**Γ2.** Να δείξετε ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  δεν βρίσκεται κάτω από τον άξονα  $x'x$ .

**Μονάδες 7**

**Γ3. (i)** Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $h(x) = 1 + \frac{f(x)}{x^2 - 4x + 3}$ .

**Μονάδες 2**

**(ii)** Να βρείτε τα κοινά σημεία της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $h$  με την ευθεία  $y = x$ .

**Μονάδες 5**

**Γ4.** Να λυθεί η εξίσωση

$$[f(2)]^x + 3 \cdot [f(4)]^{2x} = 4[f(0)]^x, \quad x \in \mathbb{R}.$$

**Μονάδες 5**

**ΘΕΜΑΛ**

Δίνονται οι συναρτήσεις  $f, g$  με τύπους

$$f(x) = \ln\left(\frac{e^x - 1}{x}\right) \text{ και } g(x) = \ln(e^{x^2} - 1) - 2\ln x.$$

**Δ1.** (i) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$ .

**Μονάδες 4**

(ii) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $g$ .

**Μονάδες 4**

**Δ2.** Να λυθεί η εξίσωση  $f(2x) - f(x) = \ln(e^{2x} - 2e^x + 3) - \ln 2, x \neq 0$ .

**Μονάδες 6**

**Δ3.** Να λυθεί η ανίσωση  $f(x) + \ln x > g(x) + \ln x^2$ .

**Μονάδες 5**

**Δ4.** (i) Να δείξετε ότι  $f(x) = f(-x) + x$  για κάθε  $x \neq 0$ .

**Μονάδες 3**

(ii) Να συγκρίνετε τους αριθμούς  $f(2018)$  και  $f(-2018)$ .

**Μονάδες 3**