

**ΤΑΞΗ: Β' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**  
**ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ/ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ**

**Ημερομηνία: Τετάρτη 19 Απριλίου 2017**

**Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες**

**ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Αν  $a > 0$  με  $a \neq 1$ , τότε για οποιαδήποτε  $\theta_1, \theta_2 > 0$  να αποδείξετε ότι ισχύει:  
 $\log_a(\theta_1 \cdot \theta_2) = \log_a \theta_1 + \log_a \theta_2$ .

**Μονάδες 15**

**A2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α)** Αν το άθροισμα δύο μη μηδενικών πολυωνύμων είναι μη μηδενικό πολυώνυμο, τότε ο βαθμός του είναι πάντα ίσος με τον μέγιστο των βαθμών των πολυωνύμων αυτών.

**β)** Αν για μια συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ισχύει ότι  $f(1) < f(2)$ , τότε η  $f$  είναι υποχρεωτικά γνησίως αύξουσα στο σύνολο  $\mathbb{R}$ .

**γ)** Η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  με  $f(x) = \varphi(x+c)$ , όπου  $c$  θετική σταθερά, προκύπτει από μια οριζόντια μετατόπιση της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $\varphi$  κατά  $c$  μονάδες προς τα αριστερά.

**δ)** Αν  $x \neq 0$ , τότε ισχύει πάντα  $\log x^2 = 2 \cdot \log x$ .

**ε)** Υπάρχουν τιμές του  $x \in \mathbb{R}$  έτσι, ώστε να ισχύει,  $e^{-x} < 0$ .

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 2 \cdot \eta\mu\left(\frac{x}{2}\right)$ ,  $x \in \mathbb{R}$  και η παράσταση

$$A = \frac{-\sigma\upsilon\nu(\pi + \theta) \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{19\pi}{2} - \theta\right) \cdot \sigma\varphi(\pi - \theta) \cdot \sigma\varphi\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\sigma\upsilon\nu(\pi - \theta) \cdot \eta\mu(\pi + \theta) \cdot \varepsilon\varphi\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \cdot \varepsilon\varphi(2\pi + \theta)}$$

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2017**  
**Β' ΦΑΣΗ**

**E\_3.Μλ2ΓΑ(ε)**

**B1.** Να δείξετε ότι  $A = 1$ .

**Μονάδες 8**

**B2.** Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης  $f$ . Στη συνέχεια, να βρείτε την περίοδο της  $f$  και να κάνετε τη γραφική της παράσταση σε διάστημα πλάτους μιας περιόδου.

**Μονάδες 8**

**B3.** Να βρείτε τα  $x \in \mathbb{R}$ , για τα οποία ισχύει  $f(x) = A$ , όπου  $A$  η τιμή της παράστασης του ερωτήματος B1.

**Μονάδες 6**

**B4.** Να συγκρίνετε τις τιμές  $f\left(\frac{5\pi}{4}\right)$  και  $f\left(\frac{11\pi}{6}\right)$ .

**Μονάδες 3**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = (\lambda^2 - 1)x^4 - (\lambda - 1)x^3 + \lambda x^2 - 7x + \lambda^2 + 5$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$  το οποίο είναι τρίτου ( $3^{\text{ου}}$ ) βαθμού.

**Γ1.** Να βρείτε τον αριθμό  $\lambda$ .

**Μονάδες 6**

Για  $\lambda = -1$

**Γ2.** Να βρείτε τα σημεία στα οποία η γραφική παράσταση της πολυωνυμικής συνάρτησης  $P(x)$  τέμνει τον άξονα  $x'x$ .

**Μονάδες 6**

**Γ3.** Έστω, επίσης, το πολυώνυμο  $Q(x) = x^3 - (\mu + 1)x^2 + (\mu - 1)x + 2$ ,  $\mu \in \mathbb{R}$  το οποίο έχει παράγοντα το  $x - 2$ .

**α)** Να δείξετε ότι  $\mu = 2$  (Μονάδες 4) και να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης του  $Q(x)$  δια του  $x + 3$  (Μονάδες 2).

**Μονάδες 6**

**β)** Να λύσετε την ανίσωση:  $\frac{x^2 - 6x + 19}{Q(x) + 55} + \frac{2x^2 + x - 6}{P(x)} < 0$ .

**Μονάδες 7**

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2017**  
**Β' ΦΑΣΗ**

**Ε\_3.Μλ2ΓΑ(ε)**

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \left(1 - \frac{1}{\ln a}\right)^x$ .

**Δ1.** Να βρείτε τις τιμές του  $a \in \mathbb{R}$  για τις οποίες η συνάρτηση  $f$  ορίζεται σε όλο το  $\mathbb{R}$ . (Μονάδες 3) Για ποιές από αυτές τις τιμές η συνάρτηση  $f$  είναι γνησίως αύξουσα στο  $\mathbb{R}$ ; (Μονάδες 2)

**Μονάδες 5**

**Δ2.** Να αποδείξετε ότι  $f(-x) = \frac{1}{f(x)}$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  (Μονάδα 1) και στη συνέχεια, αν  $0 < a < 1$ , να λύσετε την ανίσωση  $f(e^x) \cdot f\left(-\frac{1}{2}\right) > 1$ . (Μονάδες 3)

**Μονάδες 4**

**Δ3.** Δίνεται ότι η τιμή της παραμέτρου  $a$  είναι ίση με:

$$a = \frac{1}{2} \log_3 81 + \log_3 15 - \log_3 5 - e^{\frac{1}{\ln 9}} + e^{\frac{\ln 2}{\ln 4}}$$

**α)** Να αποδείξετε ότι  $a = e^{-\frac{1}{2}}$  (Μονάδες 3) και να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης  $f$ . (Μονάδα 1)

**Μονάδες 4**

**β)** Να λύσετε την ανίσωση:  $\ln 2 + \ln(f(2x)) < x \ln 2 + \ln(2^x + f(x))$

**Μονάδες 6**

**γ)** Αφού αποδείξετε ότι  $(2 + \sqrt{f(1)}) \cdot (2 - \sqrt{f(1)}) = 1$  (Μονάδα 1), να λύσετε την εξίσωση:  $(2 + \sqrt{f(1)})^x + (2 - \sqrt{f(1)})^x = 4$ . (Μονάδες 5)

**Μονάδες 6**

Σας ευχόμαστε επιτυχία στις εξετάσεις

**ΤΕΛΟΣ ΘΕΜΑΤΩΝ**