



## ΕΠΑ.Λ. Α' ΟΜΑΔΑΣ

## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

## ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

## ΘΕΜΑ Α

**A1.** Δίνεται ένα δείγμα  $n$  παρατηρήσεων που έχουν διαταχθεί σε αύξουσα σειρά. Τι ονομάζεται διάμεσος του δείγματος;

Μονάδες 5

**A2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α)** Αν μια μεταβλητή παίρνει τις  $n$  τιμές  $t_1, t_2, \dots, t_n$  που έχουν μέση τιμή  $\bar{x}$  τότε διακύμανση της μεταβλητής ονομάζεται το πηλίκο

$$s^2 = \frac{(\bar{x} - t_1)^2 + (\bar{x} - t_2)^2 + \dots + (\bar{x} - t_n)^2}{n}.$$

Μονάδες 3

**β)** Η διακύμανση εκφράζεται με τις μονάδες μέτρησης της μεταβλητής.

Μονάδες 3

**γ)** Αν για την  $f$  υπάρχουν το  $f(x_0)$  και το όριο  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  τότε η  $f$  είναι συνεχής στο  $x_0$ .

Μονάδες 3

**δ)** Αν υπάρχει ανοιχτό διάστημα  $(\alpha, \beta)$  που περιέχει το  $x_0$  τέτοιο ώστε  $f(x) \leq f(x_0)$  για κάθε  $x \in (\alpha, \beta)$  τότε η  $f$  έχει τοπικό ελάχιστο στο σημείο  $x_0$ .

Μονάδες 3

**A3.** Για κάθε μια από τις παρακάτω συναρτήσεις να γράψετε στο τετράδιο σας την παράγουσα συνάρτησή της  $F$ .

**α)**  $f(x) = 1, \quad x \in \mathbb{R}$

**β)**  $f(x) = x^\alpha$  με  $\alpha \neq -1$  και  $x > 0$

**γ)**  $f(x) = \sin x, \quad x \in \mathbb{R}$

**δ)**  $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x}, \quad x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}$

Μονάδες 8

**ΘΕΜΑ Β**

Οι θερμοκρασίες που μετρήθηκαν στις 12 το μεσημέρι σε μια πόλη δίνονται στον παρακάτω πίνακα:

| Θερμοκρασία<br>$x_i$ ( $^{\circ}\text{C}$ ) | Πλήθος<br>ημερών ( $v_i$ ) |
|---|----------------------------|
| -1  | 8                          |
| 0   | 12                         |
| 1   | 10                         |
| 2   | $v_4$                      |
| 3   | 8                          |

- B1.** Αν η μέση θερμοκρασία είναι  $\bar{x} = 1^{\circ}\text{C}$  να δείξετε ότι  $v_4 = 12$ .  
*Μονάδες 8*
- B2.** Να μεταφέρετε τον πίνακα στο τετράδιο σας και να τον συμπληρώσετε με τις στήλες της σχετικής συχνότητας, της αθροιστικής συχνότητας και της αθροιστικής σχετικής συχνότητας.  
*Μονάδες 7*
- B3.** Να βρείτε την επικρατούσα τιμή και τη διάμεσο.  
*Μονάδες 6*
- B4.** Για πόσες ημέρες η θερμοκρασία ήταν το πολύ  $0^{\circ}\text{C}$ ; Ποιο το ποσοστό των ημερών με θερμοκρασία τουλάχιστον  $2^{\circ}\text{C}$ ;  
*Μονάδες 5*

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 5x + \lambda, & x \leq 1 \\ x + \sqrt{x}, & x > 1 \end{cases}$

- Γ1.** Αν η  $f$  είναι συνεχής στο  $\mathbb{R}$  να βρείτε το  $\lambda$ .  
*Μονάδες 5*
- Για  $\lambda = 6$
- Γ2.** Να βρείτε το όριο  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x^3 - x}$ .  
*Μονάδες 6*
- Γ3.** Να βρείτε το όριο  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(9)}{\sqrt{x+2} - 1}$ .  
*Μονάδες 6*

Γ4. Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα  $I = \int_0^4 f(x) dx$ .

Μονάδες 8

### ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \alpha \cdot x^3 + \beta \cdot x^2 + (\alpha + 2)x - 1$ ,  $x \in \mathbb{R}$  και  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

Δ1. Βρείτε τις παραγώγους  $f'(x)$ ,  $f''(x)$ .

Μονάδες 4

Δ2. Αν η  $f$  παρουσιάζει ακρότατο στο σημείο  $x_1 = 1$  και ισχύει  $f''(0) = 2$  να δείξετε ότι  $\alpha = -1$ ,  $\beta = 1$ .

Μονάδες 6

Για  $\alpha = -1$ ,  $\beta = 1$ :

Δ3. Να μελετηθεί η  $f$  ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

Μονάδες 7

Δ4. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου  $\Omega$  που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της  $f$  τον  $x'x$  άξονα και τις κατακόρυφες ευθείες  $x = 2$  και  $x = 3$ .

Μονάδες 8