



## Β' ΤΑΞΗ ΓΕΝ. ΛΥΚΕΙΟΥ

### ΑΛΓΕΒΡΑ

#### ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

##### ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

**A.1.** Αν  $\alpha, \beta$  είναι δύο γωνίες για τις οποίες ισχύει  $\sin \alpha \neq 0$ ,  $\sin \beta \neq 0$  και  $\sin(\alpha + \beta) \neq 0$  να αποδείξετε ότι:

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta}.$$

**Μονάδες 10**

**A.2.** Σε μία αριθμητική πρόοδο  $(a_n)$  να γράψετε τον τύπο που δίνει το νιοστό όρο  $a_n$ , που έχει πρώτο όρο  $a_1$  και διαφορά  $\omega$  καθώς και τον τύπο του αθροίσματος των  $n$  πρώτων όρων.

**Μονάδες 5**

**B.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

i.  $\sin 60^\circ \sin 30^\circ + \cos 60^\circ \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

ii. Το πολυώνυμο  $P(x) = (x^3 + x - 1)^{2010} + x + 2$  έχει σταθερό όρο 3.

iii. Εάν  $\alpha, \beta, \gamma$  είναι διαδοχικοί όροι οποιουδήποτε αριθμητικής προόδου, τότε ισχύει  $\beta^2 = \alpha\gamma$ .

iv.  $e^x = \theta \Leftrightarrow \ln \theta = x$ ,  $\theta > 0$ .

v. Αν  $a > 0$  με  $a \neq 1$ , τότε για οποιουσδήποτε  $\theta_1, \theta_2 > 0$  ισχύει

$$\frac{\log_a \theta_1}{\log_a \theta_2} = \log_a \theta_1 - \log_a \theta_2.$$

**Μονάδες 10**

##### ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = x^3 + \alpha x^2 - x + \beta$  με  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  και το πολυώνυμο  $Q(x) = x^2 + x - 1$ .

**α)** Να βρεθούν  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  αν η αριθμητική τιμή του  $P(x)$  για  $x = -3$  είναι  $-8$  και έχει παράγοντα το  $x + 2$ .

**Μονάδες 10**

β) Αν  $\alpha = 2$  και  $\beta = -2$ , να βρείτε το πηλίκο  $\Pi(x)$  της διαίρεσης του  $P(x)$  δια του  $Q(x)$  και να γράψετε το  $P(x)$  με την ταυτότητα της ευκλείδειας διαίρεσης.

**Μονάδες 8**

γ) Να λύσετε την εξίσωση  $P(x) = Q(x) - 1$ .

**Μονάδες 7**

### ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>

A. α) Να λύσετε την εξίσωση  $\eta\mu 2x - \sqrt{2}\sigma\upsilon\nu x = 0$  (1).

**Μονάδες 9**

β) Να αποδείξετε ότι οι λύσεις της (1) στο διάστημα  $[0, \pi]$  είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

**Μονάδες 8**

B. Να αποδείξετε ότι  $\frac{3 - 4\sigma\upsilon\nu 2\alpha + \sigma\upsilon\nu 4\alpha}{3 + 4\sigma\upsilon\nu 2\alpha + \sigma\upsilon\nu 4\alpha} = \epsilon\phi^4 \alpha$  για όλες τις τιμές του  $\alpha$  που ορίζεται η ισότητα.

**Μονάδες 8**

### ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>

A. Δίνεται η συνάρτηση  $\varphi(x) = \frac{\ln(x+1)}{\ln x}$ , για  $x > 1$ .

i. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης  $L = \varphi(2) \cdot \varphi(3) \cdot \varphi(4) \cdot \dots \cdot \varphi(63) + 2004$

**Μονάδες 6**

ii. Να λυθεί η ανίσωση  $\varphi(x) > \varphi(x^2)$

**Μονάδες 6**

B. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \ln(e^{2x} - (e+1)e^x + e)$ .

i. Για ποιες τιμές του  $x$ , με  $x > 0$  ορίζεται η συνάρτηση  $f$ .

**Μονάδες 7**

ii. Να λυθεί η εξίσωση  $f(\ln x) = \ln(x-1)$  για κάθε  $x > e$

**Μονάδες 6**