ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β΄ ΤΑΞΗΣ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΕΥΤΕΡΑ 28 ΙΟΥΝΙΟΥ 1999
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

Προτεινόμενη Επίλογη

ΘΕΜΑ 1ο

Α.

α. 1 → Σωστό, 2 → Λάθος, 3 → Λάθος, 4 → Σωστό

β. Θεωρία, σελ. 61 σχολικού βιβλίου.

Β.

α.

1 → β, (αφού $\Delta = |x - \alpha| = |8 - 9| = |-1| = 1$)

2 → **ε**, $\left(\text{αφού } \delta = \frac{|x-\alpha|}{|\alpha|} = \frac{1}{9}\right)$

3 → α, (αφού $x - \alpha = 8 - 9 = -1$)

β. Έχουμε $x = 12{,}7 \pm 0{,}1$ οπότε $\sigma_x = 0{,}1$

$y = 7{,}3 \pm 0{,}1$ οπότε $\sigma_y = 0{,}1$

Άρα η ακρίβεια της προσέγγισης του αθροίσματος x + y θα είναι:

$x + y = \sigma_x + \sigma_y = 0{,}1 + 0{,}1 = 0{,}2$

ΘΕΜΑ 2ο

α. Οι μεταβολές σχηματικά θα είναι: $B_0 \to B_1 \to B_2 \to B_0 = B_3$

Αφού είχαμε αύξηση του βάρους από B_0 σε B_1 κατά 20% ο δείκτης εξέλιξης ε_{01} θα είναι: $\varepsilon_{01} = 1 + \frac{20}{100} = \frac{12}{10} = 1{,}2$

Κατόπιν αφού είχαμε μείωση του βάρους από B_1 σε B_2 κατά 20% ο δείκτης εξέλιξης ε_{12} θα είναι: $\varepsilon_{12} = 1 - \frac{10}{100} = \frac{90}{100} = 0{,}9$

β. Σύμφωνα με τον πολλαπλασιαστικό τύποι εξέλιξης έχουμε:

$\varepsilon_{02} = \varepsilon_{01} \cdot \varepsilon_{12} \Leftrightarrow \varepsilon_{02} = 1{,}2 \cdot 0{,}9 \Leftrightarrow \varepsilon_{02} = 1{,}08$

Όμως $\varepsilon_{02} = \frac{B_2}{B_0} \Leftrightarrow 1{,}08 = \frac{B_2}{80\,\text{Kg}} \Leftrightarrow B_2 = 86{,}64\,\text{Kg}$

γ. **1ος τρόπος:**

Έχουμε $\varepsilon_{23} = \frac{B_3}{B_2}$

όμως $B_3 = B_0$ οπότε: $\varepsilon_{23} = \dfrac{B_0}{B_2} = \dfrac{80\,Kg}{86,64\,Kg} \Leftrightarrow \varepsilon_{23} = 0,92593$

2ος τρόπος:

Σύμφωνα με τον πολλαπλασιαστικό τύπο εξέλιξης έχουμε: $\varepsilon_{03} = \varepsilon_{01}\varepsilon_{12}\varepsilon_{23}$ (1)

$\varepsilon_{03} = \dfrac{B_3}{B_0}$

Όμως $B_3 = B_0$ οπότε $\varepsilon_{01} = 1$

Και η (1) γίνεται: $1 = \varepsilon_{01}\varepsilon_{12}\varepsilon_{23} \Leftrightarrow 1 = 1,2\cdot 0,9\cdot\varepsilon_{23} \Leftrightarrow$ **$\varepsilon_{23} = 0,92593$**

ΘΕΜΑ 3ο

α. Έχουμε:

$$\vec{\alpha} = \vec{\beta} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} 5\kappa = 4-\lambda \\ \text{και} \\ 3-\lambda = 4\kappa \end{array}\right\} \Leftrightarrow \begin{array}{c} \kappa = 1 \\ \text{και} \\ \lambda = -1 \end{array}$$

β. Σωστό το Β

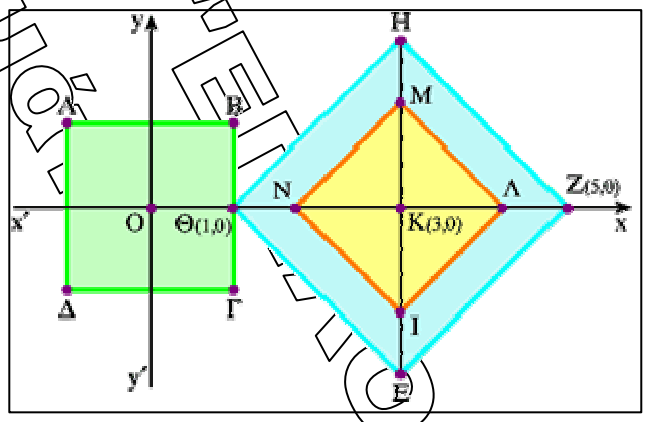
Αφού: για $\lambda = 8$ έχουμε: $\vec{\alpha} = (5\kappa, -5)$, και $\vec{\beta} = (-4,\ 4\kappa)$ όποτε:

$$\vec{\alpha} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \begin{vmatrix} 5\kappa & -5 \\ -4 & 4\kappa \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow 20\kappa^2 - 20 = 0 \Leftrightarrow \kappa^2 = 1 \Leftrightarrow \kappa = \pm 1$$

Όμως από την υπόθεση είναι $\kappa > 0$. **άρα κ = 1**

ΘΕΜΑ 4ο

α. Το βαρύκεντρο της τετραγωνικής πλάκας ΑΒΓΔ είναι το σημείο τομής των διαγωνίων της δηλαδή το Ο(0,0) και όμοια το βαρύκεντρο της τετραγωνικής πλάκας ΕΖΗΘ είναι το Κ(3,0).



Ακόμη στο ορθογώνιο τρίγωνο ΗΚΖ είναι: $HZ^2 = 2^2 + 2^2 \Leftrightarrow$

$HZ = 2\sqrt{2}$

Ακόμη αν $G(x_G,\ y_G)$ είναι το κέντρο βάρους του συστήματος των δύο αυτών πλακών θα έχουμε:

$$x_G = \frac{x_0 E_{ABΓΔ} + x_\kappa E_{EZHΘ}}{E_{ABΓΔ} + E_{EZHΘ}} = \frac{0\cdot 4 + 3\cdot (2\sqrt{2})^2}{4 + (2\sqrt{2})^2} = 2$$

$$y_G = \frac{y_0 E_{ABΓΔ} + y_\kappa E_{EZHΘ}}{E_{ABΓΔ} + E_{EZHΘ}} = \frac{0\cdot 4 + 0\cdot (2\sqrt{2})^2}{4 + (2\sqrt{2})^2} = 0$$

Φροντιστήριο Καλαμάτα ΕΠΙΛΟΓΗ

Δηλαδή το ζητούμενο κέντρο βάρους είναι το σημείο **G(2,0).**

β. Έστω $G'(x_\Pi, y_\Pi)$ το βαρύκεντρο του «πλαισίου» που προκύπτει αν από την πλάκα ΕΖΗΘ αφαιρέσουμε την τετραγωνική πλάκα ΙΛΜΝ πλευράς έστω «β». Το εμβαδόν του πλαισίου αυτού είναι:

$E_\Pi = E_{ΕΖΗΘ} - E_{ΙΛΜΝ} = (2\sqrt{2})^2 - \beta^2 = 8 - \beta^2$

Αν θεωρήσουμε την τετραγωνική πλάκα ΕΖΗΘ ως σύστημα που αποτελείται από το παραπάνω «πλαίσιο» και την πλάκα ΙΛΜΝ και αφού βαρύκεντρο της ΕΖΗΘ αλλά και της ΙΛΜΝ είναι το Κ(3, 0) θα έχουμε:

$$\left.\begin{array}{l} 3 = \dfrac{x_\Pi(8-\beta^2)+3\beta^2}{8-\beta^2+\beta^2} \\ 0 = \dfrac{y_\Pi(8-\beta^2)+0\cdot\beta^2}{8-\beta^2+\beta^2} \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left.\begin{array}{l} 24 = x_\Pi(8-\beta^2)+3\beta^2 \\ \text{και} \\ y_\Pi(8-\beta^2)=0 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \begin{array}{l} x_\Pi = \dfrac{24-3\beta^2}{8-\beta^2} \\ \text{και} \\ y_\Pi(8-\beta^2)=0 \end{array}$$

Παρατήρηση

Είναι $8 - \beta^2 \neq 0$ διότι αν $\beta^2 = 8$ δηλαδή $\beta = 2\sqrt{2}$ τότε το ΙΛΜΝ συμπίπτει με το ΕΖΗΘ οπότε το βαρύκεντρο του συστήματος θα ήταν το (2, 0) σύμφωνα με το (α) ερώτημα και όχι το (1, 0) όπως θέλουμε.

Επειδή το κέντρο βάρους της «πλάκας» ΑΒΓΔ και του πλαισίου θα πρέπει να είναι το G(l, 0) έχουμε:

$$1 = \frac{x_\Pi E_\Pi + 0\cdot E_{ΑΒΓΔ}}{E_\Pi + E_{ΑΒΓΔ}} \quad \text{και} \quad 0 = \frac{0\cdot E_\Pi + 0\cdot E_{ΑΒΓΔ}}{E_\Pi + E_{ΑΒΓΔ}}$$

Η πρώτη από τις παραπάνω και με τη βοήθεια της (1) γίνεται:

$$1 = \frac{\frac{24-3\beta^2}{8-\beta^2}(8-\beta^2)}{8-\beta^2+4} \Leftrightarrow 12-\beta^2 = 24-3\beta^2 \Leftrightarrow \beta^2 = 6 \Leftrightarrow \beta = \sqrt{6}$$

Copyright © Φροντιστήριο "ΕΠΙΛΟΓΗ"