ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β΄ ΤΑΞΗΣ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΣΑΒΒΑΤΟ 19 ΙΟΥΝΙΟΥ 1999
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

Φροντιστήριο Καλαμάτα ΕΠΙΛΟΓΗ

ΘΕΜΑ 1ο

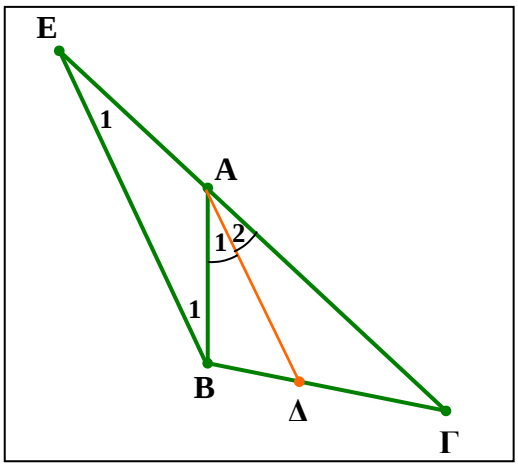
Α.

α. ΕΒ//ΑΔ, άρα από το Θ. Θαλή έχουμε:

$$\frac{B\Delta}{\Delta\Gamma}=\frac{EA}{A\Gamma} \quad (1)$$

$$\text{ή } \frac{\Delta\Gamma}{B\Gamma}=\frac{A\Gamma}{E\Gamma}$$

$$\text{ή } \frac{B\Delta}{B\Gamma}=\frac{EA}{E\Gamma}$$



β. Επειδή ΕΒ//ΑΔ έχουμε:

$\hat{E}_1 = \hat{A}_2$ (ως εντός εκτός και επί τα αυτά)

$\hat{B}_1 = \hat{A}_1$ (ως εντός εναλλάξ)

Αφού λοιπόν $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ παίρνουμε $\hat{E}_1 = \hat{B}_1$

Άρα το τρίγωνο ΕΑΒ θα είναι ισοσκελές με **ΕΑ = ΑΒ** (2)

γ. $(1) \overset{(2)}{\Rightarrow} \frac{B\Delta}{\Delta\Gamma}=\frac{AB}{A\Gamma}$

Β.

α. Έστω x το μήκος της πλευράς ΑΒ. Από το θεώρημα της εσωτερικής διχοτόμου στο τρίγωνο ΑΒΓ έχουμε:

$$\frac{\Delta B}{\Delta\Gamma}=\frac{AB}{A\Gamma}\Rightarrow\frac{3}{6}=\frac{x}{10}\Rightarrow x=5$$

Άρα, **σωστή απάντηση είναι η Δ**.

β. Έστω x το μήκος ΔΒ, οπότε το μήκος ΔΓ θα είναι 6 - x. Από το θεώρημα της εσωτερικής διχοτόμου στο τρίγωνο ΑΒΓ έχουμε:

$$\frac{\Delta B}{\Delta\Gamma}=\frac{AB}{A\Gamma}\Rightarrow\frac{x}{6-x}=8\Rightarrow x=2$$

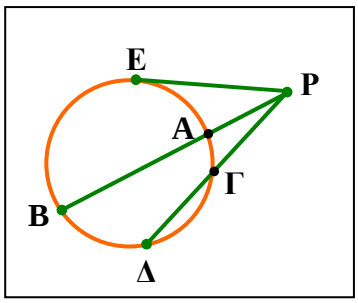
Άρα είναι: ΔΒ = 2 και ΔΓ = 6 - 2 = 4

Οπότε **σωστή απάντηση είναι η Δ.**

Φροντιστήριο Καλαμάτα «ΕΠΙΛΟΓΗ»

ΘΕΜΑ 2ο

α. Έστω x το μήκος του ΡΑ. Έχουμε:



$PA\cdot PB = P\Gamma\cdot P\Delta \Rightarrow PA\cdot(PA + AB) = P\Gamma\cdot(P\Gamma + \Gamma\Delta) \Rightarrow$

$x\cdot(x+9) = 4\cdot(4+5) \Rightarrow x^2+9x - 36 = 0 \Rightarrow$

$x = -12$ απορρίπτεται

x = 3

Άρα **ΡΑ = 3**

β. Επειδή το ΡΕ είναι εφαπτόμενο τμήμα στον κύκλο, ισχύει:

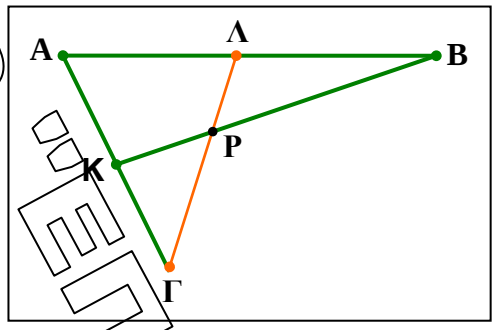
$PE^2 = PA\cdot PB = P\Gamma\cdot P\Delta$

Άρα: $PE^2 = P\Gamma\cdot P\Delta$ «. $PE^2 = 4\cdot 9 \Rightarrow PE^2 = 36 \Rightarrow PE = 6$

Οπότε **σωστή είναι απάντηση η Ε.**

ΘΕΜΑ 3ο

α. Επειδή το Λ είναι το μέσον του ΑΒ, ισχύει:



$$A\Lambda = \Lambda B = \frac{AB}{2}$$

Επειδή το Κ είναι το μέσον του ΑΓ, ισχύει:

$$AK = K\Gamma = \frac{A\Gamma}{2}$$

Τα τρίγωνα ΑΚΒ και ΑΛΓ έχουν κοινή γωνία $\hat{A}$. Άρα, ισχύει:

$$\frac{(AKB)}{(A\Lambda\Gamma)} = \frac{AK\cdot AB}{A\Lambda\cdot A\Gamma} = \frac{\frac{A\Gamma}{2}\cdot AB}{\frac{AB}{2}\cdot A\Gamma} \Rightarrow \frac{(AKB)}{(A\Lambda\Gamma)} = 1$$

β. Έχουμε: $(B\Lambda P) = (AKB) - (AKP\Lambda)$ (1)

και $(K\Gamma P) = (A\Lambda\Gamma) - (AKP\Lambda)$ (2)

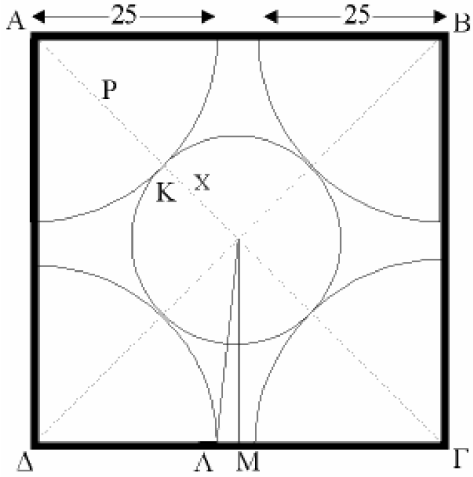
Από το ερώτημα (α) έχουμε:

$$\frac{(AKB)}{(A\Lambda\Gamma)} = 1 \Rightarrow (AKB) = (A\Lambda\Gamma) \quad (3)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2), λόγω της σχέσης (3), έχουμε:

$(B\Lambda P) = (K\Gamma P)$

ΘΕΜΑ 4ο



α. Η πλευρά του τετραγώνου είναι $\alpha = 40\sqrt{2} \simeq 56$ m. Η ακτίνα των κυκλικών περιοχών που ποτίζονται είναι $\rho = 25$ m. Επειδή είναι $\rho + \rho = 25 + 25 = 50 < 56$, σημαίνει ότι οι κυκλικοί τομείς δεν τέμνονται. Επομένως, το εμβαδόν του κήπου που δεν ποτίζεται θα βρεθεί, αν από το εμβαδόν του τετραγώνου αφαιρέσουμε το εμβαδόν των τεσσάρων κυκλικών τομέων. Δηλαδή:

$E_1 = \alpha^2 - 4E_{κ.τ} = \alpha^2 - 4\dfrac{\pi \cdot \rho^2 \cdot 90}{360} = \alpha^2 - \pi \cdot \rho^2 = (40\sqrt{2})^2 - \pi \cdot 25^2 =$

$(3200 - 625\pi)\ m^2$

β. Ο πέμπτος μηχανισμός πρέπει να ποτίζει έναν κυκλικό δίσκο, ο οποίος έχει ως κέντρο το κέντρο του τετραγώνου και εφάπτεται στους τέσσερις κυκλικούς τομείς. Επομένως, η ζητούμενη ακτίνα είναι:

$$x = AO - AK = \frac{A\Gamma}{2} - \rho = \frac{\alpha\sqrt{2}}{2} - \rho = \frac{40 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} - 25 = 40 - 25 = 15m$$

γ. Το εμβαδόν του κήπου που παραμένει απότιστο στην περίπτωση β) είναι:

$E_2 = E_X - \pi x^2$

όπου πx^2 είνα, το εμβαδόν του μεσαίου κυκλικού δίσκου. Έχουμε:

$E_2 = E_X - \pi x^2 = (3200 - 625\pi) - \pi \cdot 15^2 = 3200 - 625\pi - 225\pi =$

$= \mathbf{(3200 - 850\pi)\ m^2}$

δ. Η ζητούμενη ακτίνα έχει μήκος ΟΛ, όπου Λ είναι το σημείο στο οποίο ένας από τους κυκλικούς τομείς τέμνει την πλευρά ΓΔ του τετραγώνου. Αν Μ το μέσον της πλευράς αυτού του τετραγώνου, ισχύει:

$$O\Lambda^2 = OM^2 + AM^2 \qquad (1)$$

Όμως:

$$OM = \frac{\alpha}{2} = \frac{40\sqrt{2}}{2} = 20\sqrt{2}m$$

και

$$\Lambda M = \frac{\alpha}{2} - \rho = \frac{\alpha - 2\rho}{\rho} = \frac{40\sqrt{2} - 50}{2} = (20\sqrt{2} - 25)m$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (1) βρίσκουμε:

$O\Lambda = \sqrt{OM^2 + AM^2} = \sqrt{(20\sqrt{2})^2 + (20\sqrt{2} - 25)^2} =$

$\sqrt{800 + 800 - 2 \cdot 20\sqrt{2} \cdot 25 + 625} = \sqrt{2225 - 1000\sqrt{2}}m$

Copyright © Φροντιστήριο ΕΠΙΛΟΓΗ