ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β΄ ΤΑΞΗΣ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΤΕΤΑΡΤΗ 16 ΙΟΥΝΙΟΥ 1999
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ 1ο

1.Α. **α.** Η ταυτότητα της διαίρεσης είναι: $P(\chi) = (\chi-\rho)\cdot\pi(\chi) + \upsilon(\chi)$.

β. Όπως γνωρίζουμε, ο βαθμός του $\upsilon(\chi)$ είναι πάντα μικρότερος από το βαθμό του διαιρέτη $\chi-\rho$, άρα θα είναι σταθερό πολυώνυμο. Επομένως η σωστή απάντηση είναι η Γ.

γ. Εφόσον το υπόλοιπο της διαίρεσης είναι ένα σταθερό πολυώνυμο υ, η ταυτότητα της διαίρεσης γίνεται:
$P(x) = (x-\rho)\cdot\pi(x) + \upsilon$.

Αν θέσουμε $x = \rho$, παίρνουμε: $P(\rho) = (\rho-\rho)\cdot\pi(x) + \upsilon \Leftrightarrow P(\rho) = 0 + \upsilon$ δηλαδή **$\upsilon = P(\rho)$.**
(Βλέπε θεωρία σχολικού σελ. 67).

Σχόλιο: κάθε ισότητα πολυωνύμων ισχύει για οποιαδήποτε τιμή της μεταβλητής x. Άρα θα ισχύει και για την τιμή $x = \rho$.

1.Β.

Όπως είναι γνωστό, το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x):(x-1)$ ισούται με:

$P(1) = k^2\cdot 1^3 - 3\cdot k\cdot 1^2 + k\cdot 1 + 1 =$
$= k^2 - 3k + k + 1 =$
$= k^2 - 2k + 1 = (k-1)^2$.

Επομένως για να είναι το υπόλοιπο ίσο με μηδέν, πρέπει:

$P(1) = 0 \Leftrightarrow k - 1 = 0 \Leftrightarrow k = 1$.

Άρα η σωστή απάντηση είναι η Γ.

ΘΕΜΑ 2ο

α.

Έχουμε: $\alpha_3 = 16$, άρα: $\alpha_1\cdot\lambda^2 = 16$ (1)
Επίσης: $\alpha_6 = 2$, άρα: $\alpha_1\cdot\lambda^5 = 2$ (2)
Αν διαιρέσουμε κατά μέλη τις σχέσεις (2), (1), παίρνουμε:

$$\frac{\alpha_1\cdot\lambda^5}{\alpha_1\cdot\lambda^2} = \frac{2}{16} \Leftrightarrow \lambda^3 = \frac{1}{8} \Leftrightarrow \boldsymbol{\lambda = \frac{1}{2}}$$

Αντικαθιστούμε στη σχέση (1), οπότε έχουμε:

$$\alpha_1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 16 \Leftrightarrow \alpha_1\cdot\frac{1}{4} = 16 \Leftrightarrow \boldsymbol{\alpha_1 = 64}$$

Επιμέλεια: Φροντιστήριο Μ.Ε. ΕΠΙΛΟΓΗ

Επομένως η σωστή απάντηση είναι η °.

β. $\alpha_{10} = \alpha_1 \cdot \lambda^9 = 64 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^9 = \frac{64}{2^9} = \frac{2^6}{2^9} = \frac{1}{2^3} = \mathbf{\frac{1}{8}}$

Δηλαδή $\mathbf{\alpha_1 = \frac{1}{8}}$

γ. Εφόσον $|\lambda| = \left|\frac{1}{2}\right| = \frac{1}{2} < 1$, ορίζεται το άθροισμα S των άπειρων όρων της γεωμετρικής προόδου, το οποίο ισούται με: $S = \frac{\alpha_1}{1-\lambda} = \frac{64}{1-\frac{1}{2}} = \frac{64}{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow \mathbf{S = 128}$

ΘΕΜΑ 3ο

α. Μετασχηματίζουμε το άθροισμα: ημ6χ + ημ4χ σε γινόμενο, οπότε έχουμε:

$$\text{ημ}6x + \text{ημ}4x = 2\text{ημ}\frac{6x+4x}{2} \cdot \text{συν}\frac{6x-4x}{2} = 2\text{ημ}5x \cdot \text{συν}x$$

β. Με βάση το ερώτημα (α) η εξίσωση γίνεται:

ημ6χ + ημ4χ + 4ημ5χ = 0

⇔ 2ημ5χσυνχ + 4ημ5χ = 0

⇔ 2ημ5χ(συνχ + 2) = 0

⇔ **ημ5χ = 0** (1) **ή συνχ + 2 = 0** (2).

- Η (2) γίνεται: συνχ = -2 και είναι **αδύνατη**, αφού: -1 < συνχ < 1.
- Η (1) γίνεται: ημ5χ = ημ0 ⇔ 5χ = 2κπ ή 5χ = 2κπ + π

$$\Leftrightarrow x = \frac{2\kappa\pi}{5} \text{ ή } x = \frac{2\kappa\pi+\pi}{5} \quad (\kappa \in \mathbb{Z})$$

ΘΕΜΑ 4ο

α.

Αν χ η τιμή αγοράς του υπολογιστή, τότε ισχύει: 620 < χ < 640 (σε χιλιάδες δραχμές).

Επειδή η προκαταβολή είναι 120 χιλιάδες δραχμές, το υπόλοιπο ποσό που θα εξοφληθεί σε δόσεις θα είναι (χ-120) χιλιάδες δραχμές. Οι δόσεις σύμφωνα με τα δεδομένα αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου με πρώτο όρο δ_1 (1η δόση) και διαφορά ω.

Επειδή η 4η δόση (δ_4) ισούται με 48 χιλιάδες δραχμές θα είναι:

$$\left.\begin{array}{l} \delta_4 = 48 \\ \delta_4 = \delta_1 + 3\omega \end{array}\right\} \Rightarrow \delta_1 + 3\omega = 48 \Leftrightarrow \mathbf{\delta_1 = 48 - 3\omega}$$

Εκπαιδευτήριο Επίλογη

β. Το άθροισμα (S_{10}) των 10 δόσεων δίνεται από τον τύπο:

$$S_{10} = \frac{10}{2}\cdot[2\delta_1 + (10-1)\omega] = 5[2(48-3\omega) + 9\omega] =$$

$= 5(96 - 6\omega + 9\omega) = 5(96 + 3\omega) = 480 + 15\omega.$

Όμως το άθροισμα των 10 δόσεων είναι χ-120, επομένως:

$480 + 15\omega = \chi - 120 \Leftrightarrow$ **x = 15ω + 600.**

γ. Επειδή: $620 < \chi < 640$ και $\chi = 15\omega + 600$, έχουμε:

$620 < 15\omega + 600 < 640 \Leftrightarrow 20 < 15\omega < 40 \Leftrightarrow \frac{4}{3} < \omega < \frac{8}{3}$

Αλλά ω θετικός ακέραιος, άρα: **ω = 2**.

δ. Είναι: $\delta_{10} = \delta_1 + (10-1)\omega = 48 - 3\omega + 9\omega =$

$= 48 + 6\omega = 48 + 6\cdot 2 = 60.$

Δηλαδή: $\boldsymbol{\delta_{10} = 60}$ χιλιάδες δραχμές.

ε. Από το ερώτημα (β) έχουμε:

$x = 15\omega + 600 = 15\cdot 2 + 600 = 630.$

Δηλαδή: **x = 630** χιλιάδες δραχμές.

Φροντιστήριο "ΕΠΙΛΟΓΗ" Καλαμάτα